Wittgenstein's Writings

# Philosophische Grammatik I App 7

# Philosophische Grammatik – I App 7

Ludwig Wittgenstein

Ts-213 & 123r[1] ***Wahrscheinlichkeit.***

Ts-213 & 123r[2] Die Wahrscheinlichkeit einer Hypothese hat ihr Maß darin, wieviel Evidenz nötig ist, um es vorteilhaft zu machen, sie umzustoßen. Nur in diesem Sinne kann man sagen, daß wiederholte gleichförmige Erfahrung in der Vergangenheit das Andauern dieser Gleichförmigkeit in der Zukunft wahrscheinlich macht. Wenn ich nun in diesem Sinne sage: Ich nehme an, daß morgen die Sonne wieder aufgehen wird, weil das Gegenteil zu unwahrscheinlich ist, so meine ich hier mit “wahrscheinlich” oder “unwahrscheinlich” etwas ganz Anderes, als mit diesen Worten im Satz “es ist gleich wahrscheinlich, daß ich Kopf oder Adler werfe” gemeint ist. Die beiden Bedeutungen des Wortes “wahrscheinlich” stehen zwar in einem gewissen Zusammenhang, aber sie sind nicht identisch.

Ts-213 & 123r[3] Man gibt die Hypothese nur um einen immer höheren Preis auf.

Ts-213 & 123r[4] Die Induktion ist ein Vorgang nach einem ökonomischen Prinzip.

Ts-213 & 124r[1] Die Frage der Einfachheit der Darstellung durch eine bestimmte angenommene Hypothese hängt, glaube ich, unmittelbar mit der Frage der Wahrscheinlichkeit zusammen.

Ts-213 & 124r[2]

Man kann einen Teil einer Hypothese vergleichen mit der Bewegung eines Teils eines Getriebes, einer Bewegung, die man festlegen kann, ohne dadurch die bezweckte Bewegung zu präjudizieren. Wohl aber hat man dann das übrige Getriebe auf eine bestimmte Art einzurichten, daß es die gewünschte Bewegung hervorbringt. Ich denke an ein Differentialgetriebe. – Habe ich $\boxed{?}$ die Entscheidung getroffen, daß von einem gewissen Teil meiner Hypothese nicht abgewichen werden soll, was immer die zu beschreibende Erfahrung sei, so habe ich eine Darstellungsweise festgelegt und jener Teil der Hypothese ist nun ein Postulat. Ein Postulat muß von solcher Art sein, daß keine denkbare Erfahrung es widerlegen kann, wann es auch äußerst unbequem sein mag, an dem Postulat festzuhalten. In dem Maße, wie man hier von einer größeren oder geringeren Bequemlichkeit reden kann, gibt es eine größere oder geringere Wahrscheinlichkeit des Postulats.

Ts-213 & 124r[3] & 125r[1]

Von einem Maß dieser Wahrscheinlichkeit zu reden, ist nun vor der Hand sinnlos. Es verhält sich hier ähnlich, wie im Falle, etwa, zweier Zahlenarten, wo wir mit einem gewissen Recht sagen können, die eine sei der andern ähnlicher (stehe ihr näher) als einer dritten, ein zahlenmäßiges Maß der Ähnlichkeit aber nicht existiert. Man könnte sich natürlich auch in solchen Fällen ein Maß konstruiert denken, indem man etwa die Postulate oder Axiome zählt, die beide Systeme gemein haben, etc. etc..

Ts-213 & 125r[2] & 126r[1]

Ich gebe jemandem die Information und nur diese: Du wirst um die und die Zeit auf der Strecke A B einen Lichtpunkt erscheinen sehen. Hat nun die Frage einen Sinn, “ist es wahrscheinlicher,

[?] daß dieser Punkt im Intervall A C erscheint,

als in C B”? Ich glaube, offenbar nein. – Ich kann freilich bestimmen, daß die Wahrscheinlichkeit, daß das Ereignis in C B eintritt, sich zu der, daß es in A C eintritt, verhalten soll, wie CBAC, aber das ist eine Bestimmung, zu der ich empirische Gründe haben kann, aber a priori ist darüber nichts zu sagen. Die beobachtete Verteilung von Ereignissen kann nicht zu dieser Annahme führen. Die Wahrscheinlichkeit, wo unendlich viele Möglichkeiten in Betracht kommen, muß natürlich als Limes betrachtet werden. Teile ich nämlich die Strecke A B in beliebig viele, beliebig ungleiche Teile und betrachte die Wahrscheinlichkeiten, daß das Ereignis in irgend einem dieser Teile stattfindet, als untereinander gleich, so haben wir sofort den einfachen Fall des Würfels vor uns. Und nun kann ich ein Gesetz – willkürlich – aufstellen, wonach Teile gleicher Wahrscheinlichkeit gebildet werden sollen. Z.B., das Gesetz, daß gleiche Länge der Teile gleiche Wahrscheinlichkeit bedingt. Aber auch jedes andere Gesetz ist gleichermaßen erlaubt. Könnte ich nicht auch im Fall des Würfels etwa 5 Flächen zusammennehmen als eine Möglichkeit und sie der sechsten als der zweiten Möglichkeit gegenüberstellen? Und was, außer der Erfahrung, kann mich hindern, diese beiden Möglichkeiten als gleich wahrscheinlich zu betrachten? Denken wir uns etwa einen roten Ball geworfen, der nur eine ganz kleine grüne Kalotte hat. Ist es in diesem Fall nicht viel wahrscheinlicher, daß er auf dem roten Teil auffällt, als auf dem grünen? – Wie würde man aber diesen Satz begründen? Wohl dadurch, daß der Ball, wenn man ihn wirft, viel öfter auf die rote, als auf die grüne Fläche auffällt. Aber das hat nichts mit der Logik zu tun. – Man könnte die rote und grüne Fläche und die Ereignisse, die auf ihnen stattfinden, immer auf solche Art auf eine Fläche projizieren, daß die Projektion der grünen Fläche gleich oder größer wäre als die der roten; so, daß die Ereignisse, in dieser Projektion betrachtet, ein ganz anderes Wahrscheinlichkeitsverhältnis zu haben scheinen, als auf der ursprünglichen Fläche. Wenn ich z.B. die Ereignisse in einem geeigneten gekrümmten Spiegel sich abbilden lasse und mir nun denke, was ich für das wahrscheinlichere Ereignis gehalten hätte, wenn ich nur das Bild im Spiegel sehe. Dasjenige, was der Spiegel nicht verändern kann, ist die Anzahl bestimmt umrissener Möglichkeiten. Wenn ich also auf meinem Ball n Farbenflecke habe, so zeigt der Spiegel auch n, und habe ich *bestimmt*, daß diese als gleich wahrscheinlich gelten sollen, so kann ich diese Bestimmung auch für das Spiegelbild aufrecht erhalten. Um mich noch deutlicher zu machen: Wenn ich das Experiment im Hohlspiegel ausführe, d.h. die *Beobachtungen* im Hohlspiegel mache, so wird es vielleicht scheinen, als fiele der Ball öfter auf die kleine Fläche, als auf die viel größere und es ist klar, daß keinem der Experimente – im Hohlspiegel und außerhalb – ein Vorzug gebührt.

Ts-213 & 126r[2] & 127r[1] Wir können unser altes Prinzip auf die Sätze, die eine Wahrscheinlichkeit ausdrücken, anwenden und sagen, daß wir ihren Sinn erkennen werden, wenn wir bedenken, was sie verifiziert. Wenn ich sage “das wird wahrscheinlich eintreffen”, wird dieser Satz durch das Eintreffen verifiziert, oder durch das Nichteintreffen falsifiziert? Ich glaube, offenbar nein. Dann sagt er auch nichts darüber aus. Denn, wenn ein Streit darüber entstünde, ob es wahrscheinlich ist oder nicht, so würden immer nur Argumente aus der Vergangenheit herangezogen werden. Und auch dann nur, wenn es bereits bekannt wäre, was eingetroffen ist.

Ts-213 & 127r[2] Die Kausalität beruht auf einer beobachteten Gleichförmigkeit. Nun ist zwar nicht gesagt, daß eine bisher beobachtete Gleichförmigkeit immer so weiter gehen wird, aber, daß die Ereignisse bisher gleichförmig waren, muß feststehen; *das* kann nicht wieder das unsichere Resultat einer empirischen Reihe sein, die selbst auch wieder nicht gegeben ist, sondern von einer ebenso unsicheren abhängt, u.s.f. ad inf..

Ts-213 & 127r[3] Wenn Leute sagen, der Satz “es ist wahrscheinlich, daß p eintreffen wird” sage etwas über das Ereignis p, so vergessen sie, daß es auch wahrscheinlich bleibt, wenn das Ereignis p *nicht* eintrifft.

Ts-213 & 127r[4] Wir sagen mit dem Satz “p wird wahrscheinlich eintreffen” zwar etwas über die Zukunft, aber nicht etwas “*über* das Ereignis p”, wie die grammatische Form der Aussage uns glauben macht.

Ts-213 & 127r[5] Wenn ich nach dem Grund einer Behauptung frage, so ist die Antwort auf diese Frage nicht für den Gefragten und eben *diese* Handlung (die Behauptung), sondern *allgemein* gültig.

Ts-213 & 127r[6] & 128r[1] Wenn ich sage: "das Wetter deutet auf Regen", sage ich etwas über das zukünftige Wetter? Nein, sondern über das gegenwärtige, mit Hilfe eines Gesetzes, welches das Wetter zu einer Zeit mit dem Wetter zu einer *späteren* Zeit in Verbindung bringt. Dieses Gesetz muß bereits vorhanden sein, und mit seiner Hilfe fassen wir gewisse Aussagen über unsere Erfahrung zusammen. – Aber dasselbe könnte man dann auch für historische Aussagen behaupten. Aber es war ja auch vorschnell, zu sagen, der Satz "das Wetter deutet auf Regen" sage nichts über das zukünftige Wetter. Das kommt darauf an, was man darunter versteht "etwas über etwas auszusagen". Der Satz sagt eben seinen Wortlaut! Der Satz "p wird wahrscheinlich eintreten" sagt nur etwas über die Zukunft in einem Sinn, in welchem seine Wahr- und Falschheit gänzlich unabhängig ist von dem, was in der Zukunft geschehen wird.

Ts-213 & 128r[2] Wenn wir sagen, "das Gewehr zielt jetzt auf den Punkt P", so sagen wir $\boxed{?}$ nichts darüber, wohin der Schuß treffen wird. Der Punkt auf den es zielt, ist ein *geometrisches* Hilfsmittel zur Angabe seiner Richtung. Daß wir gerade dieses Mittel verwenden, hängt allerdings mit gewissen Erfahrungen zusammen (Wurfparabel, etc.), aber diese treten jetzt nicht in die Beschreibung der Richtung ein.

Ts-213 & 128r[3] Die Galton'sche Photographie, das Bild einer Wahrscheinlichkeit. Das Gesetz der Wahrscheinlichkeit, das Naturgesetz, was man sieht, wenn man blinzelt.

Ts-213 & 128r[4] & 129r[1] Was heißt es: “die Punkte, die das Experiment liefert, liegen durchschnittlich auf einer Geraden”? oder: “wenn ich mit einem guten Würfel würfle, so werfe ich durchschnittlich alle 6 Würfe eine 1”? Ist dieser Satz mit *jeder* Erfahrung, die ich etwa mache, vereinbar? Wenn er das ist, so sagt er nichts. Habe ich (*vorher*) angegeben, mit welcher Erfahrung er nicht mehr vereinbar ist, welches die Grenze ist, bis zu der die Ausnahmen von der Regel gehen dürfen, ohne die Regel umzustoßen? Nein. Hätte ich aber nicht eine solche Grenze aufstellen können? Gewiß. – Denken wir uns, die Grenze wäre so gezogen: wenn unter 6 aufeinander folgenden Würfen 4 gleiche auftreten, ist der Würfel schlecht. Nun fragt man aber: “Wenn das aber nur selten genug geschieht, ist er dann nicht doch gut?” – Darauf lautet die Antwort: Wenn ich das Auftreten von 4 gleichen Würfen unter 6 aufeinander folgenden für eine bestimmte Zahl von Würfen erlaube, so ziehe ich damit eine *andere* Grenze, als die erste war. Wenn ich aber sage “jede Anzahl gleicher aufeinander folgender Würfe ist erlaubt, wenn sie nur selten genug auftritt, dann habe ich damit die Güte des Würfels im strengen Sinne *als* unabhängig von den Wurfresultaten erklärt. Es sei denn, daß ich unter der Güte des Würfels nicht eine Eigenschaft des Würfels, sondern eine Eigenschaft einer bestimmten Partie im Würfelspiel verstehe. Denn dann kann ich allerdings sagen: Ich nenne den Würfel in einer Partie gut, wenn unter den N Würfen der Partie nicht mehr als log N gleiche aufeinander folgende vorkommen. Hiermit wäre aber eben kein Test zur Überprüfung von Würfeln gegeben, sondern ein Kriterium zur Beurteilung einer Partie des Spiels.

Ts-213 & 129r[2] Man sagt, wenn der Würfel ganz gleichmäßig und sich selbst überlassen ist, dann muß die Verteilung der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 unter den Wurfresultaten gleichförmig sein, weil *kein Grund vorhanden ist*, weshalb die eine Ziffer öfter vorkommen sollte als die andere.

Ts-213 & 129r[3] Stellen wir nun aber die Wurfresultate statt durch die Ziffern 1 bis 6 durch die Worte der Funktion $(x - 3)^2$ für die Argumente 1 bis 6 dar, also durch die Ziffern 0, 1, 4, 9. Ist ein Grund vorhanden, warum eine *dieser* Ziffern öfter in den neuen Wurfresultaten fungieren soll, als eine andere? Dies lehrt uns, daß das Gesetz a priori der Wahrscheinlichkeit eine Form von Gesetzen ist, wie die der Minimumgesetze der Mechanik etc..

Ts-213 & 130r[2] "Die Moleküle bewegen sich bloß nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit", das soll heißen: die Physik tritt ab, und die Moleküle bewegen sich jetzt quasi bloß nach Gesetzen der Logik. Diese Meinung ist verwandt der, daß das Trägheitsgesetz ein Satz a priori ist; und auch hier redet man davon, was ein Körper tut, wenn er sich selbst überlassen ist. Was ist das Kriterium dafür, daß er sich selbst überlassen ist? Ist es am Ende das, daß er sich gleichförmig in einer Geraden bewegt? Oder ist es ein anderes. Wenn das letztere, dann ist es eine Sache der Erfahrung, ob das Trägheitsgesetz stimmt; im ersten Fall aber war es gar kein Gesetz, sondern eine Definition. Und Analoges gilt von einem Satz: "wenn die Teilchen sich selbst überlassen sind, dann ist die Verteilung ihrer Bewegungen die und die". Welches ist das Kriterium dafür, daß sie sich selbst überlassen sind? etc..

Ts-213 & 131r[2] Zu sagen, die Punkte, die dieses Experiment liefert, liegen durchschnittlich auf dieser Linie, z.B. einer Geraden, *sagt* etwas Ähnliches wie: “aus dieser Entfernung gesehen, scheinen sie in einer Geraden zu liegen”. Ich kann von einer Linie sagen, der allgemeine Eindruck ist der einer Geraden; aber nicht: “die Linie schaut gerade aus, denn sie kann das Stück einer Linie sein, die mir als Ganzes den Eindruck der Geraden macht”. (Berge auf der Erde und auf dem Mond. Erde eine Kugel.)

Ts-213 & 131r[3] & 132r[1] Das Experiment des Würfelns dauert eine gewisse Zeit, und unsere Erwartungen über die zukünftigen Ergebnisse des Würfelns können sich nur auf Tendenzen gründen, die wir in den Ergebnissen des Experiments wahrnehmen. D.h., das Experiment kann nur die Erwartung begründen, daß es *so* weitergehen wird, wie (es) das Experiment gezeigt hat. Aber wir können nicht erwarten, daß das Experiment, wenn fortgesetzt, nun Ergebnisse liefern wird, die mehr als die des wirklich ausgeführten Experiments mit einer vorgefaßten Meinung über seinen Verlauf übereinstimmen. Wenn ich also z.B. Kopf und Adler werfe und in den Ergebnissen des Experiments keine Tendenz der Kopf- und Adler-Zahlen finde, sich *weiter* einander zu nähern, so gibt das Experiment mir keinen Grund zur Annahme, daß seine Fortsetzung eine solche Annäherung zeigen wird. Ja die Erwartung dieser Annäherung muß sich selbst auf einen bestimmten Zeitpunkt beziehen, denn man kann nicht sagen, man erwarte, daß ein Ereignis *einmal* – in der unendlichen Zukunft – eintreten werde.

Ts-213 & 132r[2] Alle “begründete Erwartung” ist Erwartung, daß eine bis jetzt beobachtete Regel weiterhin gelten wird. (Die Regel aber muß beobachtet worden sein und kann nicht selbst wieder bloß erwartet werden.)

Ts-213 & 132r[3] Die Logik der Wahrscheinlichkeit hat es mit dem Zustand der Erwartung nur soweit zu tun, wie die Logik überhaupt, mit dem Denken.

Ts-213 & 132r[4] $\boxed{?}$ Von der Lichtquelle Q wird ein Lichtstrahl ausgesandt, der die Scheibe AB trifft, dort einen Lichtpunkt erzeugt und dann die Scheibe AC trifft. Wir haben *nun* keinen Grund zur Annahme, der Lichtpunkt auf AB werde rechts von der Mitte M liegen, noch zur entgegengesetzten; aber auch keinen Grund anzunehmen, der Lichtpunkt auf AC werde auf *der* und nicht auf jener Seite von der Mitte m liegen. Das gibt also widersprechende Wahrscheinlichkeiten. Wenn ich nun eine Annahme über den Grad der Wahrscheinlichkeiten mache, daß der eine Lichtpunkt im Stück AM liegt, – wie wird diese Annahme verifiziert. *Wir denken doch*, durch einen Häufigkeitsversuch. Angenommen nun, dieser bestätigt die Auffassung, daß die Wahrscheinlichkeiten für das Stück AM und BM gleich sind (also für Am und Cm verschieden), so ist sie damit als die richtige erkannt und erweist sich also als eine physikalische Hypothese. Die geometrische Konstruktion zeigt nur, daß die Gleichheit der Strecken AM und BM *kein* Grund zur Annahme gleicher Wahrscheinlichkeit war.

Ts-213 & 133r[1] & 134r[1]

Wenn ich annehme, die Messung ergebe, daß der Würfel genau und homogen ist, und die Ziffern auf seinen Flächen die Wurfresultate nicht beeinflussen, und die Hand, die ihn wirft, bewegt sich ohne bestimmte Regel; folgt daraus die durchschnittlich gleichförmige Verteilung der Würfe 1 bis 6 unter den Wurfergebnissen? – Woraus sollte sie hervorgehen? Daß der Würfel genau und homogen ist, kann doch keine *durchschnittlich gleichförmige* Verteilung von Resultaten begründen. (Die Voraussetzung ist sozusagen homogen, die Folgerung wäre gesprenkelt.) Und über die Bewegung beim Werfen haben wir ja keine Annahme gemacht. (Mit der Gleichheit der beiden Heubündel hat man *zwar* begründet, daß der Esel in ihrer Mitte verhungern (*werde*); aber nicht, daß er ungefähr gleich oft von jedem fressen werde.) – Mit unseren Annahmen ist es auch vollkommen vereinbar, daß mit dem Würfel 100 Einser nacheinander geworfen werden, wenn Reibung, Handbewegung, Luftwiderstand so zusammentreffen. Die Erfahrung, daß das nie geschieht, ist eine, die diese Faktoren betrifft. Und die Vermutung der gleichmäßigen Verteilung der Wurfergebnisse ist eine Vermutung über das Arbeiten dieser Faktoren. Wenn man sagt, ein gleicharmiger Hebel, auf den symmetrische Kräfte wirken, müsse in Ruhe bleiben, weil keine Ursache vorhanden ist, weshalb er sich eher auf die eine als auf die andre Seite neigen sollte, so heißt das nur, daß, wenn wir gleiche Hebelarme und symmetrische Kräfte konstatiert haben und nun der Hebel sich nach der einen Seite neigt, wir dies aus den uns bekannten – oder von uns angenommenen – Voraussetzungen nicht erklären können. (Die Form, die wir "Erklärung" nennen, muß auch asymmetrisch sein; wie die Operation, die aus "a +

b" "2a + 3b" macht.) Wohl aber können wir die andauernde Ruhe des Hebels aus unsern Voraussetzungen erklären. – Aber auch eine schwingende Bewegung, die durchschnittlich gleich oft von der Mitte nach rechts und nach links gerichtet ist? Die schwingende Bewegung nicht, denn in der ist ja wieder Asymmetrie. Nur die Symmetrie in dieser Asymmetrie. Hätte sich der Hebel gleichförmig nach rechts gedreht, so könnte man analog sagen: Mit der Symmetrie der Bedingungen kann ich die Gleichförmigkeit der Bewegung, aber nicht ihre Richtung erklären. Eine Ungleichförmigkeit der Verteilung der Wurfresultate ist mit der Symmetrie des Würfels *nicht* zu erklären. Und nur insofern erklärt diese Symmetrie die Gleichförmigkeit der Verteilung. – Denn man kann natürlich sagen: Wenn die Ziffern auf den Würfelflächen keine Wirkung haben, dann kann ihre Verschiedenheit nicht eine Ungleichförmigkeit der Verteilung erklären; und gleiche Umstände können selbstverständlich nicht Verschiedenheiten erklären; soweit also könnte man auf eine Gleichförmigkeit schließen. Aber woher dann überhaupt verschiedene Wurfresultate? Gewiß, was diese erklärt, muß nun auch ihre durchschnittliche Gleichförmigkeit erklären. Die Regelmäßigkeit des Würfels stört nur eben diese Gleichförmigkeit nicht.

Ts-213 & 134r[2] & 135r[1] Angenommen, Einer der täglich im Spiel würfelt, würde etwa eine Woche lang nichts als Einser werfen, und zwar mit Würfeln, die nach allen anderen Arten der Untersuchung sich als gut erweisen, und wenn ein Andrer sie wirft, auch die gewöhnlichen Resultate *geben*. Hat er nun Grund, *hier* ein Naturgesetz anzunehmen, dem gemäß er immer Einser wirft; hat er Grund zu glauben, daß das nun so weiter gehen wird, – oder (*vielmehr*) Grund anzunehmen, daß diese Regelmäßigkeit nicht lange *mehr* andauern kann? Hat er also Grund das Spiel aufzugeben, da es sich gezeigt hat, daß er nur Einser werfen kann; oder weiterzuspielen, da es jetzt nur um so wahrscheinlicher ist, daß er beim nächsten Wurf eine höhere Zahl werfen wird? – In Wirklichkeit wird er sich weigern, die Regelmäßigkeit als ein Naturgesetz anzuerkennen; zum mindesten wird sie lang andauern müssen, ehe er diese *Auffassung* in Betracht zieht. Aber warum? – "Ich glaube, weil so viel frühere Erfahrung seines Lebens gegen ein solches Gesetz spricht, die alle sozusagen – erst überwunden werden muß, ehe wir eine ganz neue Betrachtungsweise *annehmen*.

Ts-213 & 135r[2] Wenn wir aus der relativen Häufigkeit eines Ereignisses auf seine relative Häufigkeit in der Zukunft Schlüsse ziehen, so können wir das natürlich nur nach der bisher tatsächlich beobachteten Häufigkeit tun. Und nicht nach einer, die wir aus der beobachteten durch irgend einen Prozeß der Wahrscheinlichkeitsrechnung erhalten haben. Denn die berechnete Wahrscheinlichkeit stimmt *mit jeder beliebigen* tatsächlich beobachteten Häufigkeit überein, da sie die Zeit offen läßt.

Ts-213 & 135r[3] Wenn sich der Spieler, oder die Versicherungsgesellschaft, nach der Wahrscheinlichkeit richten, so richten sie sich nicht nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung, denn nach dieser allein kann man sich nicht richten, da, *was immer* geschieht, mit ihr in Übereinstimmung zu bringen ist; sondern die Versicherungsgesellschaft richtet sich nach einer tatsächlich beobachteten Häufigkeit. Und zwar ist das natürlich eine absolute Häufigkeit.