Wittgenstein's Writings

Ts-222

Ts-222

Ludwig
Wittgenstein

RFM I & 1[1] & 2[1] Wir verwenden den Ausdruck: "die Übergänge sind durch die Formel ····. bestimmt". Wie wird er verwendet? –

Wir können etwa davon reden, daß Menschen durch Erziehung (Abrichtung) dahingebracht werden, die Formel $y = x^2$ so zu verwenden, daß Alle, wenn sie die gleiche Zahl für x einsetzen, immer die gleiche Zahl für y herausrechnen. Oder wir können sagen: "Diese Menschen sind so abgerichtet, daß sie alle auf den Befehl '+3' auf der gleichen Stufe den gleichen Übergang machen." Wir könnten dies so ausdrücken: "Der Befehl '+3' bestimmt für diese Menschen jeden Übergang von einer Zahl zur nächsten völlig." (Im Gegensatz zu andern Menschen, die auf diesen Befehl nicht wissen, was sie zu tun haben, oder die zwar mit Sicherheit,[→ (vergl. 189)] aber ein jeder in anderer Weise, auf ihn reagieren.) Wir können anderseits verschiedene Arten von Formeln und zu ihnen gehörige verschiedene Arten der Verwendung (verschiedene Arten der Abrichtung) einander entgegensetzen. Wir *nennen* dann Formeln einer bestimmten Art (und der dazugehörigen Verwendungsweise) "Formeln, welche eine Zahl y für ein gegebenes x bestimmen", und Formeln anderer Art, solche, "die die Zahl y für ein gegebenes x nicht bestimmen". ($y = x^2 + 1$ wäre von der ersten Art, $y > x^2 + 1$, $y = x^2 \pm 1$, $y = x^2 + z$ von der zweiten.) Der Satz "die Formel ····. bestimmt eine Zahl y" ist dann eine Aussage über die Form der Formeln und es ist nun ein Satz: "Die Formel, die ich hingeschrieben habe, bestimmt y", oder "Hier steht eine Formel, die y bestimmt", zu unterscheiden von einem Satz wie: "Die Formel $y = x^2$ bestimmt die Zahl y für ein gegebenes x". Die Frage "Steht dort eine Formel, die y bestimmt?" heißt dann dasselbe wie: "Steht dort eine Formel dieser Art, oder jener

Art?"; was wir aber mit der Frage anfangen sollen: "Ist $y = x^2$ eine Formel, die y für ein gegebenes x bestimmt?" – ist nicht ohne weiteres klar. Diese Frage könnte man etwa an einen Schüler stellen, um zu prüfen, ob er die Verwendung des Ausdrucks "bestimmen" versteht; oder es könnte eine mathematische Aufgabe sein, zu berechnen, ob auf der rechten Seite der Formel nur eine Variable steht, wie z.B. im Fall:

$$y = (x^2 + z)^2 - z(2x^2 + z).$$

RFM I & 2[2] **203** "Wie die Formel gemeint wird, das bestimmt, welche Übergänge zu machen sind." Was ist das Kriterium dafür, wie die Formel gemeint ist? Doch wohl die Art und Weise, wie wir sie ständig gebrauchen, wie uns gelehrt wurde, sie zu gebrauchen. Wir sagen z.B. Einem, der ein uns unbekanntes Zeichen gebraucht: "Wenn du mit "$x\sim2$" meinst x^2, so erhältst du *diesen* Wert für y, wenn du damit $\sqrt{x}$ meinst, *jenen*." – Frage dich nun: Wie macht man es, mit '$x\sim2$' das eine, oder das andere *meinen*? *So* kann also das Meinen die Übergänge zum voraus bestimmen.

RFM I & 3[1] & 4[1] **209** *Wie weiß ich*, daß ich im Verfolg der Reihe +2 schreiben muß

"20004, 20006"

und nicht

"20004, 20008"? –

(Ähnlich ist die Frage: "Wie weiß ich, daß diese Farbe 'rot' ist?") "Aber Du weißt doch z.B., daß Du immer die *gleiche* Zahlenfolge in den Einern schreiben mußt: 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, u.s.w." – Ganz richtig! das Problem muß auch schon in dieser Zahlenfolge, ja auch schon in *der* 2, 2, 2, 2, u.s.w. auftreten. – Denn wie weiß ich, daß ich nach der 500sten "2" "2" schreiben soll? daß nämlich an dieser Stelle "2" 'die gleiche Ziffer' ist? Und wenn ich es *zuvor* weiß, was hilft mir dies Wissen für später? Ich meine: wie weiß ich dann, wenn der Schritt wirklich zu machen ist, was ich mit jenem früheren Wissen anzufangen habe? (Wenn zur Fortsetzung der Reihe +1 eine Intuition nötig ist, dann auch zur Fortsetzung der Reihe +0.)

RFM I & 5[1] "Aber willst Du sagen, daß der Ausdruck '+2' es für Dich zweifelhaft läßt, was Du, nach 2004 z.B., schreiben sollst?" – Nein; ich antworte ohne Bedenken: "2006". Aber darum ist es ja überflüssig, daß darüber schon früher etwas bestimmt wurde. Daß ich keinen Zweifel habe, wenn die Frage an mich herantritt, heißt eben nicht, daß sie früher schon beantwortet worden war. "Aber ich weiß doch auch, daß, welche Zahl immer man mir geben wird, ich die folgende gleich mit Sicherheit werde angeben können." – Ausgenommen ist doch gewiß der Fall, daß ich sterbe, ehe ich dazu komme, und viele andere Fälle. Daß ich aber so sicher bin, daß ich werde fortsetzen können, ist natürlich sehr wichtig. –

RFM I & 6[1] & 7[1]

204 "Worin liegt dann aber die eigentümliche Unerbittlichkeit der Mathematik?" – Wäre für sie nicht ein gutes Beispiel die Unerbittlichkeit, mit der auf eins zwei folgt, auf zwei drei, usw.? – Das heißt doch wohl: in der *Kardinalzahlenreihe* folgt, denn in einer andern Reihe folgt ja etwas anderes. Und ist denn *diese* Reihe nicht eben durch diese Folge *definiert*? – "Soll das also heißen, daß es gleich richtig ist, auf welche Weise immer Einer zählt, und daß jeder zählen kann, wie er will?" – Wir würden es wohl nicht "zählen" nennen, wenn jeder *irgendwie* Ziffern nacheinander ausspräche; aber es ist freilich nicht einfach eine Frage der Benennung. Denn das, was wir "zählen" nennen, ist ja ein wichtiger Teil der Tätigkeiten unseres Lebens. Das Zählen, und Rechnen, ist doch – z.B. – nicht einfach ein Zeitvertreib. Zählen (und das heißt: *so* zählen) ist eine Technik, die täglich in den mannigfachsten Verrichtungen unseres Lebens verwendet wird. Und darum lernen wir zählen, wie wir es lernen: mit endlosem Üben, mit erbarmungsloser Genauigkeit; darum wird unerbittlich darauf gedrungen, daß wir Alle auf "eins" "zwei", auf "zwei" "drei" sagen, u.s.f. – "Aber ist dieses Zählen also nur ein *Gebrauch*; entspricht dieser Folge nicht auch eine Wahrheit?" Die *Wahrheit* ist, daß das Zählen sich bewährt hat. – "Willst du also sagen, daß 'wahr-sein' heißt: brauchbar (oder nützlich) sein?" – Nein; sondern, daß man von der natürlichen Zahlenreihe – ebenso wie von unserer Sprache – nicht sagen kann, sie sei wahr, sondern: sie sei brauchbar und, vor allem, *sie werde verwendet*.

RFM I & 7[2] 205 “Aber folgt es nicht mit logischer Notwendigkeit, daß du Zwei erhältst, wenn du zu eins eins zählst, und drei, wenn du zu zwei eins zählst, u.s.f.; und ist diese Unerbittlichkeit nicht dieselbe, wie die des logischen Schlusses?” – Doch! sie ist dieselbe. – “Aber entspricht denn der logische Schluß nicht einer Wahrheit? Ist es nicht *wahr*, daß das aus diesem folgt?” – Der Satz: “es ist wahr, daß das aus diesem folgt”, heißt einfach: das folgt aus diesem. Und wie verwenden wir diesen Satz? – Was würde denn geschehen, wenn wir anders schlössen – *wie* würden wir mit der Wahrheit in Konflikt geraten?

RFM I & 8[1] Wie würden wir mit der Wahrheit in Konflikt geraten, wenn unsere Zollstäbe aus sehr weichem Gummi wären, statt aus Holz und Stahl? – "Nun, wir würden nicht das richtige Maß des Tisches kennen lernen." – Du meinst, wir würden nicht, oder nicht zuverlässig, *die* Maßzahl erhalten, die wir mit unsern harten Maßstäben erhalten. *Der* wäre also im Unrecht, der den Tisch mit dem dehnbaren Maßstab gemessen hätte und behauptete, er mäße 1.80 m nach unserer gewöhnlichen Meßart; sagt er aber, der Tisch mißt 1.80 m nach der seinen, so ist das richtig. – "Aber das ist dann doch überhaupt kein Messen!" – Es ist unserm Messen ähnlich & kann unter Umständen 'praktische Zwecke' erfüllen. (Ein Kaufmann könnte auf diese Weise verschiedene Kunden verschieden behandeln.) Einen Maßstab, der sich bei geringer Erwärmung außerordentlich stark ausdehnte, würden wir – unter gewöhnlichen Umständen – deshalb *unbrauchbar* nennen. Wir könnten uns aber Verhältnisse denken, in denen gerade dies das Erwünschte wäre. Ich stelle mir vor, wir nehmen die Ausdehnung mit freiem Auge wahr; und wir legen Körpern in Räumen von ungleicher Temperatur die gleiche Maßzahl der Länge bei, wenn sie auf dem Maßstab, der fürs Auge bald länger bald kürzer ist, gleich weit reichen. Man kann dann sagen: Was hier "messen" und "Länge" und "längengleich" heißt, ist etwas Anderes, als was wir so nennen. Der Gebrauch dieser Wörter ist hier ein anderer, als der unsere; aber er ist mit ihm *verwandt*, und auch wir gebrauchen diese Wörter auf vielerlei Weise.

RFM I & 9[1] & 10[1]

206 Man muß sich klar machen, worin Schließen eigentlich besteht. Man wird etwa sagen, es besteht im Übergang von einer Behauptung zu einer andern. Aber heißt das, daß Schließen etwas ist, was stattfindet beim Übergang von der einen zur andern Behauptung, also *ehe* die andere ausgesprochen ist – oder, daß Schließen darin besteht, die eine Behauptung auf die andere folgen zu lassen, d.h., z.B. nach ihr auszusprechen? Wir stellen uns, verleitet durch die besondere Verwendung des Verbums "schließen", gern vor, das Schließen sei eine eigentümliche Tätigkeit, ein Vorgang im Medium des Verstandes, gleichsam ein Brauen der Nebel, aus welchem dann die Folgerung auftaucht. Sehen wir aber doch zu, was dabei geschieht! – Da gibt es einen Übergang von einem Satz zum andern auf dem Weg über andere Sätze, also durch eine Schlußkette, aber von diesem brauchen wir nicht zu reden, da er ja eine andere Art von Übergang voraussetzt, nämlich den von einem Glied der Kette zum nächsten. Es kann nun zwischen den Gliedern ein Vorgang der Überleitung stattfinden. An diesem Vorgang ist nun nichts Okkultes; er ist ein Ableiten des einen Satzzeichens aus dem andern nach einer Regel; ein Vergleichen der beiden mit irgendeinem Paradigma, das uns das Schema des Übergangs darstellt; oder dergleichen. Das kann auf dem Papier, mündlich, oder 'im Kopf' vor sich gehen. – Der Schluß kann aber auch so gezogen werden, daß der eine Satz, ohne Überleitung, nach dem andern ausgesprochen wird; oder die Überleitung besteht nur darin, daß wir "Also", oder "Daraus folgt" sagen, oder dergl. Man nennt es dann "Schluß", wenn der gefolgerte Satz sich tatsächlich aus der Prämisse ableiten *läßt*.

RFM I & 10[2] & 11[1]

207 Was heißt es nun, daß sich ein Satz aus einem andern, vermittels einer Regel, ableiten *läßt*? Läßt sich nicht alles aus allem vermittels ***irgend*** einer Regel – ja nach jeder Regel mit entsprechender Deutung – ableiten? Was heißt es, wenn ich z.B. sage: diese Zahl läßt sich durch die Multiplikation jener beiden erhalten? Dies ist eine Regel, die sagt, daß wir diese Zahl erhalten müssen, wenn anders wir *richtig* multiplizieren; und diese Regel können wir dadurch erhalten, daß wir die beiden Zahlen multiplizieren, oder auch auf andere Weise (obwohl man auch jeden Vorgang, der zu diesem Ergebnis führt, eine 'Multiplikation' nennen könnte). Man sagt nun, ich habe multipliziert, wenn ich die Multiplikation 265 × 463 ausgeführt habe, aber auch, wenn ich sage: "4 mal 2 ist 8", obwohl hier kein Rechnungsvorgang zum Produkt geführt hat (das ich aber auch hätte *ausrechnen* können). Und so sagen wir auch, es werde ein Schluß gezogen, wo er nicht errechnet wird.

RFM I & 11[3] & 12[1]

202 Ich darf aber doch nur folgern, was wirklich *folgt*! – Soll das heißen: nur das, was den Schlußregeln gemäß folgt; oder soll es heißen: nur das, was *solchen* Schlußregeln gemäß folgt, die irgendwie mit einer Realität übereinstimmen? Hier schwebt uns in vager Weise vor, daß diese Realität etwas sehr abstraktes, sehr allgemeines und sehr hartes ist. Die Logik ist eine Art von Ultra-Physik, die Beschreibung des 'logischen Baus' der Welt, den wir durch eine Art von Ultra-Erfahrung wahrnehmen (mit dem Verstande etwa). Es schweben uns hier vielleicht Schlüsse vor wie dieser: "Der Ofen raucht, also ist das Ofenrohr wieder verlegt." (Und *so* wird dieser Schluß gezogen! Nicht so: "Der Ofen raucht, und wenn immer der Ofen raucht, ist das Ofenrohr verlegt; also ····.".)

RFM I & 12[2]

203 Was wir 'logischer Schluß' nennen, ist eine Transformation des Ausdrucks. Z.B. die Umrechnung von einem Maß auf ein anderes. Auf der einen Kante eines Maßstabes sind Zoll aufgetragen, auf der andern cm. Ich messe den Tisch in Zoll und gehe dann *auf dem Maßstab* zu cm über. – Und freilich gibt es auch beim Übergang von einem Maß zum andern richtig und falsch; aber mit welcher Realität stimmt hier das Richtige überein? Wohl mit einer *Abmachung*, oder einem *Gebrauch*, und etwa mit den praktischen Bedürfnissen.

RFM I & 13[1]

205 "Aber muß denn nicht – z.B. – aus "(x).fx" "fa" folgen, *wenn* "(x).fx" so gemeint ist, wie wir es meinen?" – Und wie äußert es sich, *wie* wir es meinen? Nicht durch die ständige Praxis seines Gebrauchs? und etwa noch durch gewisse *Gesten* – und was dem ähnlich ist. − − Es ist aber, als hinge dem Wort "alle", wenn *wir* es sagen, noch etwas an, womit ein anderer Gebrauch unvereinbar wäre; nämlich die *Bedeutung*. "'Alle' heißt doch: ***alle***!" möchten wir sagen, wenn wir sie erklären sollen; und dabei machen wir eine gewisse Geste und Miene. Hacke alle diese Bäume um! − − Ja, verstehst Du nicht, was '*alle*' heißt? (Er hatte *einen* stehen lassen.) Wie hat er gelernt, was 'alle' heißt? Doch wohl durch Übung. – Und freilich diese Übung hat nun nicht nur bewirkt, daß er auf den Befehl *das tut*, – sondern sie hat das Wort mit einer Menge von Bildern (visuellen und andern) umgeben, von denen das eine oder das andere auftaucht, wenn wir das Wort hören und aussprechen. (Und wenn wir Rechenschaft darüber geben sollen, was die 'Bedeutung' des Wortes ist, greifen wir zuerst *ein* Bild aus dieser Masse heraus – und verwerfen es dann wieder als unwesentlich, wenn wir sehen, daß einmal dies, einmal jenes auftritt, und manchmal keines.) Man lernt die Bedeutung von "alle" indem man lernt, daß aus "(x).fx" "fa" folgt. – Die Übungen, die den Gebrauch dieses Wortes einüben, seine Bedeutung lehren, zielen immer dahin, daß eine Ausnahme nicht gemacht werden darf.

RFM I & 14[1] **209** Wie *lernen* wir denn Schließen? Oder lernen wir es nicht –? Weiß das Kind, daß aus der doppelten Verneinung die Bejahung folgt? – Und wie *überzeugt* man es davon? Wohl dadurch, daß man ihm einen Vorgang zeigt (eine doppelte Umkehrung, zweimalige Drehung um 180, u. dergl.) den es nun als Bild der Verneinung annimmt. Und man macht den Sinn von "(x).fx" klar, indem man darauf dringt, daß aus ihm "fa" folgt.

RFM I & 15[1] **206**

207 "Aus 'alle', wenn es *so* gemeint ist, muß doch *das* folgen." – Wenn es *wie* gemeint ist? Überlege es Dir, wie meinst Du es? Da schwebt Dir etwa noch ein Bild vor – und mehr hast Du nicht. – Nein, es *muß* nicht – aber es *folgt*: Wir *vollziehen* diesen Übergang. Und wir sagen: Wenn das nicht folgt, dann waren es eben nicht ***alle***! – – und das zeigt nur, wie wir mit Worten in so einer Situation reagieren. –

RFM I & 15[2] **207** Es kommt uns vor, daß, außer dem *Gebrauch* des Wortes "alle" noch etwas anderes sich geändert haben muß, wenn aus "(x).fx" nicht mehr "fa" folgen soll; etwas, was dem Wort selbst anhängt. Ist das nicht ähnlich, wie wenn man sagt: "Wenn dieser Mensch anders handelte, dann müßte auch sein Charakter ein anderer sein." Nun das kann in manchen Fällen etwas heißen und in manchen nicht. Wir sagen: "aus dem Charakter fließt die Handlungsweise", und so fließt aus der Bedeutung der Gebrauch. [→ Siehe Bemerkung 'die Medizin hilft']

RFM I & 15[3] & 16[1] 208 Das zeigt Dir – könnte man sagen – wie fest verbunden gewisse Gesten, Bilder, Reaktionen, mit einem ständig geübten Gebrauch sind. 'Es drängt sich uns das Bild auf · · · · .'. Es ist sehr interessant, daß sich Bilder uns *aufdrängen*. Und wäre das nicht, wie könnte ein Satz wie der "What's done cannot be undone" uns etwas sagen.

RFM I & 16[2] 206

210 Wichtig ist, daß in unserer Sprache – in unserer natürlichen Sprache – 'alle' ein Grundbegriff ist und 'alle außer einem' weniger fundamental; d.h., es gibt dafür nicht *ein* Wort, auch nicht eine charakteristische Geste.

RFM I & 16[3] 211 Der *Witz* des Wortes "alle" ist ja, daß es keine Ausnahme zuläßt. – Ja, das ist der Witz seiner Verwendung in unserer Sprache; aber welche Verwendungsarten wir als 'Witz' empfinden, das hängt damit zusammen, welche Rolle diese Verwendung in unserm ganzen Leben spielt. [→ Siehe = , ε, ist.]

RFM I & 17[1] **210** Auf die Frage, worin denn das Schließen besteht, hören wir etwa: "Wenn ich die Wahrheit der Sätze ······ erkannt habe, so bin ich nun berechtigt, ······ hinzuschreiben." – Inwiefern berechtigt? Hatte ich früher kein Recht, es hinzuschreiben? − − "Jene Sätze überzeugen mich von der Wahrheit dieses Satzes." Aber darum handelt sich's natürlich auch nicht. − − "Nach diesen Gesetzen vollführt der Geist die besondere Tätigkeit des logischen Schließens." Das ist gewiß interessant und wichtig; aber ist es denn auch wahr? schließt er immer nach *diesen* Gesetzen? Und worin besteht die besondere Tätigkeit des Schließens? − − Darum ist es notwendig, zu schauen, wie wir denn in der Praxis der Sprache Schlüsse vollziehen; was denn das Schließen im Sprachspiel für ein Vorgang ist. Z.B.: In einer Vorschrift steht: "Alle, die über 1.80 m hoch sind, sind in die ····. Abteilung aufzunehmen." Ein Kanzlist verliest die Namen der Leute, dazu ihre Höhe. Ein anderer teilt sie den und den Abteilungen zu. – N.N., 1.90 m. – "Also N.N. in die ····. Abteilung." Das ist Schließen.

RFM I & 18[1] **211** Was nennen wir, nun, 'Schlüsse' bei Russell, oder bei Euklid? Soll ich sagen: die Übergänge von einem Satz zum nächsten im Beweis? Aber wo steht der *Übergang*? – Ich sage, bei Russell folge ein Satz aus einem andern, wenn jener aus diesem gemäß der Stellung der beiden in einem Beweise, und den ihnen beigefügten Zeichen, abzuleiten ist, – wenn wir das Buch lesen. Denn, dieses Buch zu lesen ist ein Spiel, welches gelernt sein will.

RFM I & 18[2]

212 Oberflächen-Verwendung & Verwendung im Sprachspiel. Man ist sich oft im Unklaren, worin das Folgen und Folgern eigentlich besteht; was für ein Sachverhalt, und Vorgang, es ist. Die eigentümliche Verwendung dieser Verben legt uns nahe, daß Folgen das Bestehen einer Verbindung zwischen Sätzen ist, der wir beim Folgern nachgehen. Dies zeigt sich sehr lehrreich in Russell's Darstellung ('Principia Mathematica'). Daß ein Satz ⊢q aus einem Satz ⊢p⊃q.p folgt, ist hier ein logisches Grundgesetz:

⊢p⊃q.p.⊃.⊢q

Dieses berechtige uns nun, heißt es, ⊢q aus ⊢p⊃q.p zu schließen. Aber worin besteht denn 'schließen', die Prozedur, zu der wir berechtigt werden? Doch darin, den einen Satz – in irgendeinem Sprachspiel – nach dem andern als Behauptung auszusprechen, anzuschreiben, und dergl.; und wie kann mich jenes Grundgesetz *dazu* berechtigen?

RFM I & 19[1] Russell will doch sagen: "*So* werde ich schließen und so ist es *richtig*." Er will uns also einmal mitteilen, wie er schließen will: das geschieht durch eine *Regel* des Schließens. Wie lautet sie? Daß dieser Satz jenen impliziert? — – – Doch wohl, daß in den Beweisen dieses Buchs ein solcher Satz nach einem solchen stehen soll. – Aber es soll ja ein logisches Grundgesetz sein, daß es *richtig* ist, so zu schließen! – Dann müßte das Grundgesetz lauten: "Es ist richtig vom ····. auf ····. zu schließen"; und dieses Grundgesetz sollte nun wohl einleuchten – – aber dann wird uns eben die Regel selbst als richtig, oder berechtigt, einleuchten. "Aber diese Regel handelt doch von Sätzen in einem Buch, und das gehört doch nicht in die Logik!" – Ganz richtig; die Regel ist wirklich nur eine Mitteilung, daß in diesem Buche nur *dieser* Übergang von einem Satz zum andern gebraucht wird (gleichsam eine Mitteilung aus dem Index) denn die Richtigkeit des Übergangs muß an Ort und Stelle einleuchten; und der Ausdruck des 'logischen Grundgesetzes' ist dann die *Folge der Sätze* selbst.

RFM I & 19[2] & 20[1] **214** Russell scheint mit jenem Grundgesetz von einem Satz zu sagen: "Er folgt schon – ich brauche ihn nur noch zu folgern." So heißt es einmal bei Frege, die Gerade, welche je zwei Punkte verbindet, sei eigentlich schon da, ehe wir sie zögen und so ist es auch, wenn wir sagen, die Übergänge der Reihe +2 etwa, wären eigentlich bereits gemacht, ehe wir sie mündlich oder schriftlich machen, – gleichsam nachzögen.

RFM I & 20[2] & 21[1]

215 Einem, der dies sagt, könnte man antworten: Du verwendest hier ein Bild. Man *kann* die Übergänge, die Einer in einer Reihe machen soll, dadurch *bestimmen*, daß man sie ihm vormacht. Indem man z.B. die Reihe, die er schreiben soll, in einer anderen Notation hinschreibt, daß er sie nur noch zu übertragen hat, oder indem man sie wirklich ganz dünn vorschreibt und er hat sie nachzuziehen. Im ersten Fall können wir auch sagen, wir schreiben nicht *die* Reihe an, die er zu schreiben hat, machen also die Übergänge dieser Reihe selbst nicht; im zweiten Falle aber werden wir gewiß sagen, die Reihe, die er schreiben soll, sei schon vorhanden. Wir würden dies auch sagen, wenn wir ihm, was er hinzuschreiben hat, *diktieren*, obwohl wir dann eine Reihe von Lauten hervorbringen und er eine Reihe von Schriftzeichen. Es ist jedenfalls eine sichere Art, die Übergänge, die Einer zu machen hat, zu *bestimmen*, sie ihm, in irgendeinem Sinne, schon vorzumachen. – Wenn wir daher diese Übergänge in einem ganz andern Sinne bestimmen, indem wir nämlich unsern Schüler einer Abrichtung unterziehen, wie z.B. unsere Kinder sie im Einmaleins und im Multiplizieren erhalten, so nämlich, daß Alle, die so abgerichtet sind, nun beliebige Multiplikationen, die sie nicht in ihrer Lehrzeit gemacht haben, auf die gleiche Weise und mit übereinstimmenden Resultaten ausführen – wenn also die Übergänge, die Einer auf den Befehl +2 zu machen hat, durch Abrichtung so bestimmt sind, daß wir mit Sicherheit voraussagen können, wie er gehen wird, auch wenn er *diesen* Übergang bis jetzt noch nie gemacht hat, – dann kann es uns natürlich sein, als Bild dieses Sachverhalts den zu gebrauchen: die Übergänge seien bereits alle gemacht, er schriebe sie nur noch hin. [Von der Auffassung

der Möglichkeit als Schatten der Wirklichkeit wird oft zu reden sein.]

22[1] Sprachspiele des Folgerns

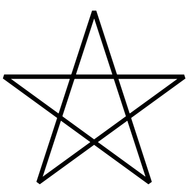
RFM I & 23[1] 237 “Aber wir folgern doch diesen Satz aus jenem, weil er tatsächlich folgt! Wir überzeugen uns doch, daß er folgt.” Wir überzeugen uns, daß, was hier steht, aus dem folgt, was dort steht. Und dieser Satz ist *zeitlich* gebraucht.

RFM I & 24[1] 257 [→ Siehe S. 171/252] Trenne die Gefühle (Gebärden) der Übereinstimmung, von dem, was Du mit dem Beweise *machst*! Bezieht es sich auf [→ 172: Wer so rechnet]?

RFM I & 25[1] 238 Wie ist es aber, wenn ich mich davon überzeuge, daß das Schema dieser Striche | | | | |

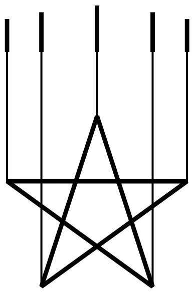
(*a*

gleichzahlig ist dem Schema dieser Eckpunkte:



(*b*

(ich habe die Schemata absichtlich einprägsam gemacht), indem ich zuordne:

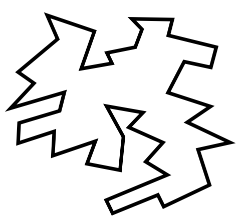


(*c*

Nun, wovon überzeuge ich mich denn, wenn ich diese Figur ansehe? Ich sehe einen Stern mit fadenförmigen Fortsätzen. –

RFM I & 25[2] **239** Aber ich kann von der Figur so Gebrauch machen: Fünf Leute stehen im Fünfeck aufgestellt; an der Wand stehen Stäbe, wie die Striche in (a); ich sehe auf die Figur (c) und sage: "ich kann jedem der Leute einen Stab geben." Ich könnte die Figur (c) als schematisches *Bild* davon auffassen, daß ich den fünf Leuten je einen Stab gebe.

RFM I & 25[3] & 26[1] **240** Wenn ich nämlich erst ein beliebiges Vieleck zeichne



und dann eine beliebige Reihe von Strichen

||||||||||||||||

so kann ich nun durch Zuordnung herausfinden, ob ich oben soviele Ecken habe, wie unten Striche. (Ich weiß nicht, was herauskommen würde.) Und so kann ich auch sagen, ich habe mich durch das Ziehen der Projektionslinien davon überzeugt, daß am oberen Ende der Figur (c) soviele Striche stehen, wie der Stern unten Ecken hat. (Zeitlich!) In dieser Auffassung gleicht die Figur nicht einem mathematischen Beweise (so wenig, wie es ein mathematischer Beweis ist, wenn ich einer Gruppe von Leuten einen Sack Äpfel austeile und finde, daß Jeder gerade *einen* Apfel kriegen kann). Ich kann die Figur (c) aber als mathematischen Beweis auffassen. Geben wir den Gestalten der Schemata (a) und (b) Namen! Die Gestalt a heiße "Hand", H., die Gestalt b "Drudenfuß", D. Ich habe bewiesen, daß H. soviel Striche hat, wie D. Ecken. Und dieser Satz ist wieder unzeitlich.

RFM I & 26[2] & 27[1]

241 Ein Beweis – kann ich sagen – ist *eine* Figur, an deren einem Ende gewisse Sätze stehen und an derem andern Ende ein Satz stehe (den wir den 'bewiesenen' nennen). Man kann als Beschreibung so einer Figur sagen: in ihr folge der Satz $\cdots\cdot$. aus $\cdots\cdot$.. Das ist eine Form der Beschreibung eines *Musters*, das z.B. auch ein Ornament (Tapetenmuster) sein könnte. Ich kann also sagen: "In dem Beweise, welcher auf jener Tafel steht, folgt der Satz p aus q und r", und das ist einfach eine Beschreibung dessen, was dort zu sehen ist. Es ist aber nicht der mathematische Satz, daß p aus q und r folgt. Dieser hat eine andere Anwendung. Er sagt – so könnte man es ausdrücken – daß es Sinn hat, von einem Beweise (Muster) zu reden, in welchem p aus q und r folgt. Wie man sagen kann, der Satz "weiß ist heller als schwarz" sage aus, es habe Sinn, von zwei Gegenständen zu reden, von denen der hellere weiß, der andere schwarz sei, aber nicht von zwei Gegenständen, von denen der hellere schwarz, der andere weiß sei.

RFM I & 27[2]

242 Denken wir uns, wir hätten das Paradigma für "heller" und "dunkler" in Form eines weißen und schwarzen Flecks gegeben, und nun leiten wir mit seiner Hilfe sozusagen ab: daß Rot dunkler ist als Weiß.

RFM I & 27[3]

243 Der durch (c) bewiesene Satz dient nun als neue Vorschrift zum Konstatieren der Gleichzahligkeit: Hat man eine Menge von Gegenständen in Form der Hand angeordnet und eine andere als die Ecken eines Drudenfußes, so sagen wir, die beiden Mengen seien gleichzahlig.

RFM I & 27[4] & 28[1]

244 "Aber ist das nicht bloß, weil wir H. und D. schon einmal zugeordnet haben und gesehen, daß sie gleichzahlig sind?" – Ja aber, wenn sie es in *einem* Fall waren – wie weiß ich, daß sie es jetzt wieder sein werden? – "Weil es eben im *Wesen* der H. und des D. liegt, daß sie gleichzahlig sind." – Aber wie konntest Du *das* durch die Zuordnung herausbringen? (Ich dachte, die Zählung, oder Zuordnung ergibt nur, daß diese beiden Gruppen, die ich jetzt vor mir habe, gleichzahlig – oder ungleichzahlig – sind.) – "Aber wenn er nun eine H. von Dingen hat und einen D. von Dingen und er ordnet sie nun tatsächlich einander zu, so ist es doch nicht *möglich*, daß er etwas anderes erhält, als daß sie gleichzahlig sind. – Und, daß es nicht möglich ist, das sehe ich doch aus dem Beweis." – Aber *ist* es denn nicht möglich? Wenn er z.B. – wie ein Anderer sagen könnte – eine der Zuordnungslinien zu ziehen *übersieht*. Aber ich gebe zu, daß er in der ungeheuern Mehrzahl der Fälle immer das gleiche Resultat erhalten wird und, erhielte er es nicht, sich für irgendwie gestört halten würde. Und wäre es nicht so, so würde dem ganzen Beweis der Boden entzogen. Wir entscheiden uns nämlich, das Beweisbild statt einer Zuordnung der Gruppen zu gebrauchen; wir ordnen sie *nicht* zu, sondern vergleichen *statt dessen* die Gruppen mit denen des Beweises (in welchem allerdings zwei Gruppen einander zugeordnet sind). (Wie wir uns entscheiden ...

Induktionsbeweis

1 _ : 3 = 0 . 3
1

Dreieck im euklidischen Beweis.

RFM I & 28[2] & 29[1]

245 Ich könnte als Resultat des Beweises auch sagen: “Eine H. und ein D. heißen von nun an ‘gleichzahlig’”. Oder: Der Beweis *erforscht* nicht das Wesen der beiden Figuren, aber er spricht aus, was ich von nun an zum Wesen der Figuren rechnen werde. − − Was zum Wesen gehört, lege ich unter den Paradigmen der Sprache nieder. Man könnte sich in Greenwich eine mathem. Bibliothek denken. Der Mathematiker erzeugt *Wesen*.

RFM I & 29[2]

246 Wenn ich sage: “Dieser Satz folgt aus jenem”, so ist das die Anerkennung einer Regel. Sie geschieht *auf Grund* des Beweises. D.h., ich lasse mir diese Kette (diese Figur) als *Beweis* gefallen. − − “Aber könnte ich denn anders? *Muß* ich mir sie nicht gefallen lassen?” – Warum sagst Du, Du müßtest? Doch darum, weil Du am Schlusse des Beweises etwa sagst: “Ja – ich muß diesen Schluß anerkennen.” Aber das ist doch nur der Ausdruck Deiner unbedingten Anerkennung. – D.h., glaube ich: die Worte “Das muß ich zugeben” werden in *zweierlei* Fällen gebraucht: wenn wir einen Beweis erhalten haben – aber auch in Bezug auf den einzelnen Schritt selber des Beweises. [→ (Siehe S. 173)]

RFM I & 29[3] & 30[1]

247 Und worin äußert es sich denn, daß der Beweis mich *zwingt*? Doch darin, daß ich so und so darauf vorgehe, daß ich mich weigere, einen anderen Weg zu gehen. Als letztes Argument, gegen Einen, der so nicht gehen wollte, würde ich nur noch sagen: “Ja siehst Du denn nicht · · · · · · !” – und das ist doch kein *Argument*.

RFM I & 30[2]

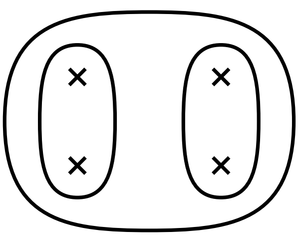
248 ? “Aber, wenn Du recht hast, wie kommt es dann, daß sich alle Menschen (oder doch alle normalen Menschen) diese Figuren als Beweise dieser Sätze gefallen lassen?” – Ja, es besteht eine große – und interessante – Übereinstimmung.

RFM I & 30[3] & 31[1]

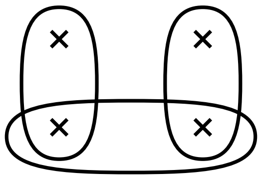
249 Denk’ Dir, Du hättest eine Reihe von Kugeln vor Dir; Du numerierst sie mit arabischen Ziffern und es geht von 1 bis 100; dann machst Du nach je 10 einen größern Abstand; in jedem Reihenstück von je 10 einen etwas kleineren Abstand in der Mitte, zwischen 5 und 5 – so werden die 10 übersichtlich; nun nimmst Du die Zehnerstücke und legst sie **unter**einander und machst in der Mitte der Kolonne einen etwas größeren Abstand, also zwischen fünf Reihen und fünf Reihen; nun numerierst Du die Reihen von 1 bis 10. – Du hast, gleichsam, mit den Kugeln exzerpiert. Ich kann sagen, ich habe Eigenschaften der hundert Kugeln entfaltet. – Nun aber denk’ Dir, daß dieser ganze Vorgang, dies Experiment mit den hundert Kugeln, gefilmt wurde. Ich sehe nun auf der Leinwand doch nicht ein Experiment, das Bild eines Experiments ist doch nicht selbst ein Experiment. – Aber das ‘mathematisch Wesentliche’ sehe ich nun auch in der Projektion! Denn es erscheinen da zuerst 100 Flecke, dann werden sie in Zehnerstücke eingeteilt, usw. usw. Ich könnte also sagen: der Beweis dient mir nicht als Experiment, wohl aber als Bild eines Experiments.

RFM I & 31[2] **250** Lege 2 Äpfel auf die leere Tischplatte, schau daß niemand in ihre Nähe kommt und der Tisch nicht erschüttert wird; nun lege noch 2 Äpfel auf die Tischplatte; nun zähle die Äpfel, die da liegen. Du hast ein Experiment gemacht; das Ergebnis der Zählung ist wahrscheinlich 4. (Wir würden das Ergebnis x so darstellen: wenn man unter den und den Umständen erst 2 dann noch 2 Äpfel auf einen Tisch legt, verschwindet zumeist keiner, noch kommt einer dazu.) Und analoge Experimente kann man, mit dem gleichen Ergebnis, mit allerlei festen Körpern ausführen. – So lernen ja die Kinder bei uns rechnen, denn man läßt sie 3 Bohnen hinlegen und noch 3 Bohnen und dann zählen, was da liegt. Käme dabei einmal 5, einmal 7 heraus (weil, *wie wir jetzt sagen würden*, einmal von selbst eine dazu, einmal eine weg käme), so würden wir zunächst Bohnen als für den Rechenunterricht ungeeignet erklären. Geschähe das Gleiche aber mit Stäben, Fingern, Strichen und den meisten andern Dingen, so hätte das Rechnen damit ein Ende. "Aber wäre dann nicht doch noch 2 + 2 = 2?" – Dieses Sätzchen wäre damit unbrauchbar geworden. –

RFM I & 32[2] **251** "Du brauchst ja nur auf die Figur



zu sehen, um zu sehen, daß 2 + 2 = 4 ist." – Dann brauche ich nur auf die Figur

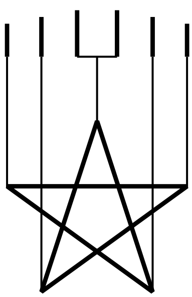


zu schauen, um zu sehen, daß 2 + 2 + 2 = 4 ist.

[→ Siehe S. 173/257]

RFM I & 33[1] **270** Wovon überzeuge ich Einen, der jene Abbildung im Film des Versuchs mit den hundert Kugeln verfolgt? Man könnte sagen: davon, daß sich dies so zugetragen hat. – Aber das wäre keine mathematische Überzeugung. − − Aber kann ich denn nicht sagen: *ich präge ihm einen Vorgang ein*? Dieser Vorgang ist die Umgruppierung einer Reihe von 100 Dingen in 10 Reihen zu 10. Und dieser Vorgang ist *tatsächlich* immer wieder leicht durchzuführen. Und davon kann er mit Recht überzeugt sein.

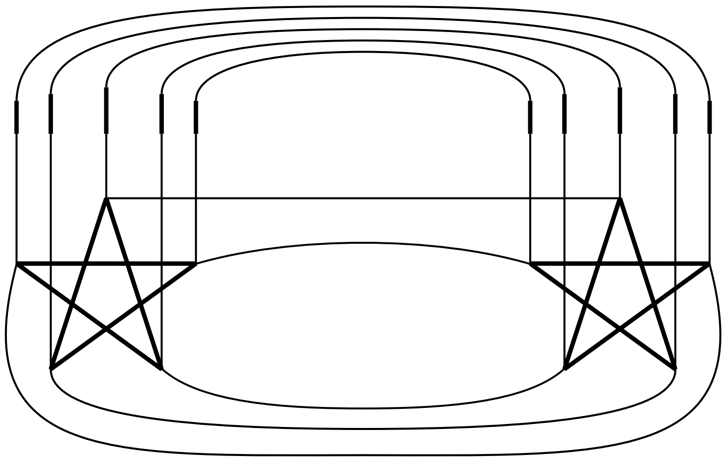
RFM I & 34[1] **271** Und so prägt der Beweis (238) durch Ziehen der Projektionslinien ? einen Vorgang ein, den der eins-zu-eins Zuordnung der H. und des D.– “Aber *überzeugt* er mich nicht auch davon, daß diese Zuordnung *möglich* ist?” – heißt hier “diese Zuordnung” die der Figuren des Beweises selbst? Es kann nicht etwas zugleich Maß & gemessen sein. Wenn das heißen soll: daß Du sie immer ausführen kannst –, so muß das durchaus nicht wahr sein. Aber das Ziehen der Projektionslinien überzeugt uns davon, daß oben soviele Striche sind, wie unten Ecken; und es liefert eine Vorlage, um danach solche Figuren einander zuzuordnen. – “Aber zeigt die Vorlage dadurch nicht, daß es geht? nicht daß es diesmal ging! Im dem Sinne, in welchem es nicht ginge, wenn oben statt | | | | | die Figur | | | | | | stünde” – Wieso? geht es denn da nicht? *So* z.B.:



Diese Figur könnte doch auch als Beweis für etwas angewandt werden! Und zwar um zu zeigen daß man Gruppen dieser Formen *nicht* 1–1 zuordnen kann. Eine 1–1 Zuordnung ist hier unmöglich heißt etwa: die Figur – – –, die Figur – – – & 1–1 Zuordnung passen nicht zusammen. “So hab’ ich’s nicht gemeint!” – Dann zeig’ mir, wie Du’s meinst, und ich werde es machen. Ich werde etwa auf die Figur hier eine Zuordnung zu machen versuchen, aber nicht die andere & werde sagen jene sei nicht möglich. Aber kann ich denn nicht sagen, die Figur zeige, *wie* eine solche Zuordnung möglich ist – und muß sie darum nicht auch zeigen, *daß* sie möglich ist? –

RFM I & 34[2] & 35[1] & 36[1]

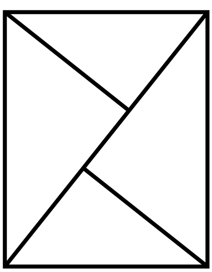
272 Was war denn damals der Sinn davon, daß wir vorschlugen, den Formen der 5 parallelen Striche und des Fünfecksterns Namen beizulegen? Was ist damit geschehen, daß sie Namen erhalten haben? Es wird dadurch etwas über die Art des Gebrauchs dieser Figuren angedeutet. Nämlich – daß man sie auf einen Blick als die und die erkennt; man zählt dazu nicht ihre Striche oder Ecken; sie sind für uns Gestalttypen, wie Messer und Gabel, die Buchstaben und Ziffern. Ich kann also auf den Befehl: “Zeichne eine H.” (z.B.) diese Form unmittelbar wiedergeben. – Nun lehrt mich der Beweis eine Zuordnung der beiden Formen. (Ich möchte sagen, es seien in dem Beweis nicht bloß diese individuellen Figuren zugeordnet, sondern die *Formen selbst*; aber das heißt doch nur, daß ich mir jene Formen gut einpräge.) Kann ich nun, wenn ich die Formen H. und D. einander so zuordnen will, nicht in Schwierigkeiten geraten – indem etwa eine Ecke unten zuviel, oder oben ein Strich zuviel ist? – “Aber doch nicht, wenn Du wirklich wieder H. und D. gezeichnet hast! – Und das läßt sich ja beweisen; sieh diese Figur an!”



– Diese Figur lehrt mich eine neue Art der Kontrolle dafür, daß ich wirklich die gleichen Figuren hingezeichnet habe; aber kann ich, wenn ich mich nun nach dieser Vorlage richten will, nicht dennoch in Schwierigkeiten geraten? Ich sage aber, ich bin sicher, daß ich normalerweise in keine Schwierigkeiten kommen werde.

RFM I & 36[2]

273 Es gibt ein Geduldspiel, das darin besteht, eine bestimmte Figur, z.B. ein Rechteck, aus gegebenen Stücken zusammenzusetzen. Die Teilung der Figur ist eine solche, daß es uns schwer wird, die richtige Zusammenstellung der Teile zu finden. Sie sei etwa diese



Was findet der, dem die Zusammensetzung gelingt? – Er findet: eine Lage – an welche er früher nicht gedacht hat. – Gut; aber kann man also nicht sagen: er überzeugt sich davon, daß man diese Dreiecke so zusammensetzen kann? – Aber diese Dreiecke: sind es die, welche oben im Rechteck liegen, oder sind es Dreiecke, die erst so zusammengesetzt werden sollen?

RFM I & 36[3] & 37[1]

274 Wer sagt: “Ich hätte nicht geglaubt, daß man diese Figuren so zusammensetzen kann”, dem kann man doch nicht, auf das zusammengesetzte Geduldspiel zeigend, sagen: “So, Du hast nicht geglaubt, daß man die Stücke so zusammensetzen kann?” – Er würde antworten: “Ich meine, ich habe an diese Art der Zusammensetzung garnicht gedacht.”

RFM I & 37[2]

275 Denken wir uns die physikalischen Eigenschaften der Teile des Geduldspiels so, daß sie in die gesuchte Lage nicht kommen können. Aber nicht, daß man einen Widerstand empfindet, wenn man sie in diese Lage bringen will, sondern man macht einfach alle andern Versuche, nur *den* nicht, und die Stücke kommen auch durch Zufall nicht in diese Lage. Es ist gleichsam diese Lage aus dem Raum ausgeschlossen. Als wäre hier ein ‘blinder Fleck’, etwa in unserem Gehirn. – Und *ist* es denn nicht so, wenn ich glaube, alle *möglichen* Stellungen versucht zu haben und an dieser, wie durch Verhexung, immer vorbeigegangen bin. Kann man nicht sagen: die Figur, die uns die Lösung zeigt, beseitigt eine Blindheit; oder auch, sie ändert Deine Geometrie? Sie zeigt Dir gleichsam eine neue Dimension des Raumes. (Wie wenn man einer Fliege den Weg aus dem Fliegenglas zeigte.)

RFM I & 37[3] & 38[1] **276** Ein Wesen hat diese Lage mit einem Bann umzogen und aus unserm Raum ausgeschlossen.

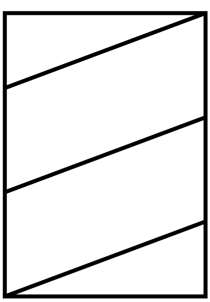
RFM I & 38[2] **277** Die neue Lage ist wie aus dem Nichts entstanden. Dort, wo früher nichts war, dort ist jetzt auf einmal etwas.

RFM I & 38[3] **278** Inwiefern hat Dich denn die Lösung davon überzeugt, daß man dies und dies kann? – Du konntest es ja früher *nicht* – und jetzt kannst Du es etwa. –

RFM I & 39[1] **280** Ich sagte, ‘ich lasse mir das und das als Beweis eines Satzes gefallen’ – aber kann ich mir die Figur, die die Stücke des Geduldspiels zusammengefügt zeigt, *nicht* als Beweis dafür gefallen lassen, daß man jene Stücke zu diesem Umriß zusammensetzen kann?

RFM I & 39[2] **281** Aber denk nun, eines der Stücke liege so, daß es das *Spiegelbild* des entsprechenden Teils der Vorlage ist. Er will nun die Figur nach der Vorlage zusammensetzen, sieht, es muß gehen, kommt aber nicht auf den Einfall, das Stück umzuwenden und findet, daß ihm das Zusammensetzen nicht gelingt.

RFM I & 39[3] & 40[1] **282** Man kann ein Rechteck aus zwei Parallelogrammen und zwei Dreiecken zusammensetzen. Beweis:

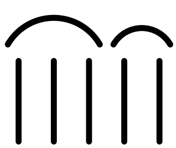


Ein Kind würde die Zusammensetzung eines Rechtecks aus diesen Bestandteilen schwer treffen und davon überrascht sein, daß zwei Seiten der Parallelogramme in eine gerade Linie fallen, wo doch die Parallelogramme schief sind. – Es könnte ihm vorkommen, daß das Rechteck gleichsam durch Zauberei aus diesen Figuren wird. Ja, es muß zugeben, daß sie nun ein Rechteck bilden, aber durch einen Trick, durch eine vertrackte Stellung, auf unnatürliche Weise. Ich kann mir denken, daß das Kind, wenn es die beiden Parallelogramme in *der* Weise zusammengelegt hat, seinen Augen nicht traut, wenn es sieht, daß sie *so* zusammenpassen. ‘*Sie sehen nicht aus* als ob sie so zusammenpaßten.’ Und ich könnte mir denken, daß man sagte: Es erscheint uns nur durch ein Blendwerk, als gäben *sie* das Rechteck – in Wirklichkeit haben sie ihre Natur verändert, sie sind nicht mehr die Parallelogramme.

RFM I & 41[1] **290** “Du gibst *das* zu – dann mußt Du *das* zugeben.” – Er *muß* es zugeben – und dabei ist es möglich, daß er es nicht zugibt! Du willst sagen: “Wenn er *denkt*, muß er es zugeben.” “Ich werde Dir zeigen, warum Du es zugeben mußt. –” Ich werde Dir einen Fall vor Augen führen, welcher, wenn Du ihn bedenkst, Dich bestimmen wird, so zu urteilen.

RFM I & 41[2] **291** Wie können ihn denn die Manipulationen des Beweises dazu bringen, etwas zuzugeben?

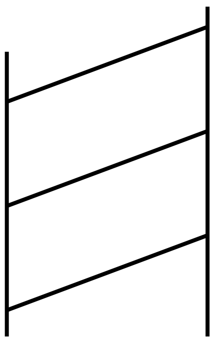
RFM I & 41[3] **292** “Du wirst doch zugeben, daß 5 aus 3 und 2 besteht!”



Ich will es nur zugeben, wenn ich damit nichts zugebe. Außer – daß ich *dieses Bild* verwenden will.

RFM I & 41[4] & 42[1]

293 Man könnte z.B. die Figur



als Beweis dafür nehmen, daß 100 Parallelogramme, so zusammengesetzt, einen geraden Streifen geben müssen. Wenn man dann wirklich 100 zusammenfügt, erhält man nun etwa einen schwach gebogenen Streifen. – Der Beweis aber hat uns bestimmt, das Bild und die Ausdrucksweise zu gebrauchen: Wenn sie keinen geraden Streifen geben, waren sie ungenau hergestellt.

RFM I & 42[2]

294 Denke nur, wie kann mich das Bild, das Du mir zeigst (oder der Vorgang) dazu verpflichten, nun so und so immer zu urteilen! Ja, liegt hier ein Experiment vor, so ist *eines* ja doch zu wenig, mich zu irgendeinem Urteil zu verbinden.

RFM I & 42[3]

295 Der Beweisende sagt: "Schau diese Figur an! Was wollen wir dazu sagen? Nicht, daß ein Rechteck aus · · · ·. besteht? –" Oder auch: "Das nennst Du doch 'Parallelogramme' und das 'Dreiecke' und *so* sieht es doch aus, wenn eine Figur aus andern besteht. –"

RFM I & 42[4] & 43[1]

296 "Ja, Du hast mich überzeugt: ein Rechteck besteht immer aus ····." – Würde ich auch sagen: "Ja Du hast mich überzeugt: *dieses* Rechteck (das des Beweises) besteht aus ····."? Und dies wäre ja doch der bescheidenere Satz; den auch der zugeben sollte, der etwa den allgemeinen Satz noch nicht zugibt. Seltsamerweise aber scheint der, der *das* zugibt, nicht den bescheideneren geometrischen Satz zuzugeben, sondern gar keinen Satz der Geometrie. Freilich, – denn bezüglich des Rechtecks des Beweises hat er mich ja von nichts überzeugt. (Über diese Figur, wenn ich sie früher gesehen hätte, wäre ich ja in keinem Zweifel gewesen.) Ich habe aus freien Stücken, was diese Figur anbelangt, alles zugestanden. Und er hat mich nur *mittels* ihrer überzeugt. – Aber anderseits, wenn er mich nicht einmal bezüglich *dieses* Rechtecks von etwas überzeugt hat, wie dann erst von einer Eigenschaft andrer Rechtecke?

RFM I & 44[3]

297 "Ja, die Form sieht nicht so aus, als könne sie aus zwei windschiefen Teilen bestehen." Was überrascht Dich? Doch nicht, daß Du jetzt diese Figur vor Dir siehst! Mich überrascht etwas *in* dieser Figur. – Aber in dieser Figur geht ja nichts vor! Mich überrascht die Zusammenstellung des Schiefen mit dem Graden. Mir wird, gleichsam, schwindlig.

RFM I & 45[2] **298** Ich sage aber doch wirklich: “Ich habe mich überzeugt, daß man die Figur aus diesen Teilen legen kann”, wenn ich nämlich etwa die Abbildung der Lösung des Geduldspiels gesehen habe. Wenn ich nun Einem das sage, so soll es doch heißen: “Versuch nur! diese Stücke, richtig gelegt, geben wirklich die Figur.” Ich will ihn aufmuntern etwas zu tun und sage ihm einen Erfolg voraus. Und die Vorhersage beruht auf der Leichtigkeit, mit der man die Figur aus den Stücken zusammensetzen kann, sobald man weiß *wie*.

RFM I & 45[3] **299** Du sagst, Du bist erstaunt über das, was Dir der Beweis zeigt. Aber bist Du erstaunt darüber, daß sich diese Striche haben ziehen lassen? Nein. Du bist erstaunt nur, wenn Du Dir sagst, daß zwei solche Stücke diese Form *geben*. Wenn Du Dich also in die Situation hineindenkst, Du habest Dir etwas anderes erwartet und nun sähest Du das Ergebnis.

RFM I & 45[4] & 46[1] **300** “Aus *dem* folgt unerbittlich *das*.” Ja, in dieser Demonstration geht es aus ihm hervor. Und eine Demonstration ist dies für den, der sie als Demonstration anerkennt. Wer sie *nicht* anerkennt, wer ihr nicht als Demonstration folgt, der trennt sich von uns, noch ehe es zu der Sprache kommt.

RFM I & 46[2] **301**

Hier haben wir etwas, was unerbittlich ausschaut. Und doch: 'unerbittlich' kann es nur in seinen Folgen sein! Denn sonst ist es nur ein Bild. Worin besteht denn die Fernwirkung – wie man's nennen könnte – dieses Diagramms?

RFM I & 46[3] **302** Ich habe einen Beweis gelesen – nun bin ich überzeugt. – Wie wenn ich diese Überzeugtheit sofort vergäße! Denn es ist ein eigentümliches Vorgehen: daß ich den Beweis *durchlaufe* und dann sein Ergebnis annehme. − − Ich meine: so *machen* wir es eben. Das ist so bei uns der Brauch, oder eine Tatsache unserer Naturgeschichte.

RFM I & 46[4] & 47[1] **303** 'Wenn ich *fünf* habe, so habe ich *drei*, und *zwei*.' − − Aber woher weiß ich, daß ich fünf habe? – Nun, wenn es so | | | | | ausschaut. – Und ist es auch gewiß, daß, wenn es *so* ausschaut, ich es immer in *solche* Gruppen zerlegen kann? Es ist Tatsache, daß wir das folgende Spiel spielen können: Ich lehre Einen, wie eine Zweier-, Dreier-, Vierer-, Fünfergruppe aussieht, und ich lehre ihn, Striche einander eins-zu-eins zuzuordnen; dann lasse ich ihn immer je zweimal den Befehl ausführen: 'Zeichne eine Fünfergruppe" – und dann den Befehl: "Ordne die beiden Gruppen einander zu"; da zeigt es sich, daß er, so gut wie *immer*, die Striche restlos einander zuordnet. Oder auch: es ist Tatsache, daß ich bei der eins-zu-eins Zuordnung dessen, was ich als Fünfergruppen hinzeichne, *so gut wie nie* in Schwierigkeiten komme.

RFM I & 47[2] **304** Ich soll das Geduldspiel zusammenlegen, ich versuche hin und her, bin zweifelhaft, ob ich es zusammenbringen werde. Nun zeigt mir jemand das Bild der Lösung: Nun sage ich – ohne irgendeinen Zweifel – “jetzt kann ich’s!” – Ist es denn *sicher*, daß ich es nun zusammenbringen werde? – Aber die Tatsache ist: ich zweifle nicht daran. Wenn nun jemand fragte: “Worin besteht die Fernwirkung jenes Bildes?” – darin daß ich es anwende.

RFM I & 48[1] **308** *In* einer Demonstration *einigen* wir uns mit jemand. Einigen wir uns in ihr nicht, so trennen sich unsere Wege, ehe es zu einem Verkehr mittels dieser Sprache kommt.

Es ist ja nicht wesentlich, daß der Eine den Andern mit der Demonstration überrede. Es können ja beide sie sehen (lesen), und anerkennen.

RFM I & 48[2] **309** “Du siehst doch – es kann doch keinem Zweifel unterliegen, daß eine Gruppe wie A wesentlich aus einer wie

B und einer wie C besteht!” – Ich sage auch – d.h., ich drücke mich auch so aus – daß die Gruppe, die Du hingezeichnet hast, aus den beiden kleineren besteht; aber ich weiß nicht, ob jede

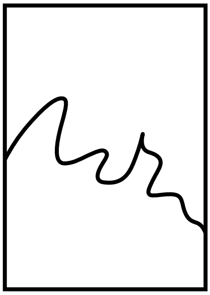
Gruppe, die ich eine von der Art (oder Gestalt) der ersten nennen würde, unbedingt aus zwei Gruppen von der Art jener kleineren zusammengesetzt sein wird. − − Ich glaube aber, es wird wohl immer so sein (meine Erfahrung hat mich dies vielleicht gelehrt) und darum will ich als Regel annehmen: Ich will eine Gruppe dann, und nur dann, eine von der Gestalt A nennen, wenn sie in zwei Gruppen wie B und C zerlegt werden kann.

RFM I & 48[3] & 49[1] **310** Und so wirkt auch die Zeichnung [→ 282] als Beweis. “Ja wahrhaftig! zwei Parallelogramme stellen sich zu dieser Form zusammen!” (Das ist sehr ähnlich, wie wenn ich sagte: “Ja wirklich! eine Kurve kann aus graden Stücken bestehen.”) – Ich hätte es nicht gedacht. Ja – nicht, daß die Teile dieser Figur diese Figur ergeben. Das heißt ja nichts. – Sondern ich staune nur, wenn ich denke, ich hätte das obere Parallelogramm ahnungslos auf das untere gestellt und sähe nun dieses Ergebnis.

RFM I & 49[2] **311**

[271] Und man könnte sagen: der Beweis hat mich von *dem* überzeugt – was mich überrascht.

RFM I & 49[3] **311˙1** Denn warum sage ich, jene Figur [→ 282] überzeugt mich von etwas und nicht geradeso auch diese:



Sie zeigt doch auch, daß zwei solche Stücke ein Rechteck geben. “Aber das ist uninteressant”, will man sagen. Und warum ist es uninteressant?

RFM I & 49[4] & 50[1]

312 Wenn man sagt: “Diese Form besteht aus diesen Formen” – so denkt man sich die Form als eine feine Zeichnung, ein feines Gestell von dieser Form, auf das gleichsam die Dinge gespannt sind, die diese Form haben. (Vergleiche: Platos Auffassung der Eigenschaft als Ingredientien eines Dings.)

RFM I & 50[3] & 51[1] **314** "Diese Form besteht aus diesen Formen. Du hast mir eine wesentliche Eigenschaft dieser Form gezeigt." – Du hast mir ein neues *Bild* gezeigt. Es ist, als hätte *Gott* sie so zusammengesetzt. − − *Wir bedienen uns also eines Gleichnisses*. Die *Form* wird zum ätherischen Wesen, welches diese Form hat; es ist, als wäre sie ein für allemal so zusammengesetzt worden (von dem, der die wesentlichen Eigenschaften in die Dinge gelegt hat). Denn, wird die Form zum Ding, das aus Teilen besteht, so ist der Werkmeister der Form der, der auch Licht und Dunkelheit, Farbe und Härte, etc., gemacht hat. (Denke, jemand fragte: "Die Form · · · ·. ist aus diesen Teilen zusammengesetzt; wer hat sie zusammengesetzt? Du?") Man hat das Wort "Sein" für eine sublimierte, ätherische Art Existieren gebraucht. Betrachte nun den Satz: "Rot *ist*" (z.B.). Freilich, niemand gebraucht ihn je. Wenn ich mir aber doch einen Gebrauch für ihn erfinden sollte, so wäre es: als einleitende Formel zu Aussagen, die dann vom Wort "rot" Gebrauch machen sollen. Beim Aussprechen der Formel blicke ich auf ein Muster der Farbe Rot. Einen Satz, wie "Rot *ist*" ist man versucht auszusprechen, wenn man die Farbe mit Aufmerksamkeit betrachtet: also in der gleichen *Situation* in welcher man die Existenz eines Ding's feststellt (eines blattähnlichen Insekts z.B.). Und ich will sagen: wenn man den Ausdruck gebraucht, "der Beweis hat mich gelehrt – hat mich davon überzeugt – daß es sich so verhält", ist man noch immer in jenem Gleichnis.

RFM I & 52[1] **315** Ich hätte auch sagen können: Wesentlich ist nie die Eigenschaft des Gegenstandes, sondern das Merkmal des Begriffes.

RFM I & **315**

52[2] & 53[1] [309]

[279] “War die Gestalt der Gruppe dieselbe, so muß sie dieselben Aspekte, Möglichkeiten der Teilung, haben. Hat sie andere, so ist es nicht die gleiche Gestalt; sie hat Dir dann vielleicht irgendwie den gleichen Eindruck gemacht; aber *dieselbe Gestalt* ist sie nur, wenn Du sie auf gleiche Weise zerteilen kannst.” Es ist doch, als würde dies das Wesen der Gestalt aussprechen. – Aber ich sage doch: Wer über das *Wesen* spricht –, konstatiert bloß eine Übereinkunft. Und da möchte man doch entgegnen: es gibt nichts Verschiedeneres, als ein Satz über die Tiefe des Wesens und einer – über eine bloße Übereinkunft. Wie aber, wenn ich antworte: der *Tiefe* des Wesens entspricht das *tiefe* Bedürfnis nach der Übereinkunft. Wenn ich also sage: “es ist, als spräche dieser Satz das *Wesen* der Gestalt aus” – so meine ich: es ist doch, als spräche dieser Satz eine Eigenschaft des Wesens *Gestalt* aus! – Und man kann sagen: Das Wesen, von dem er eine Eigenschaft aussagt, und das ich hier das Wesen ‘Gestalt’ nenne, ist das Bild, das mir mit dem Wort “Gestalt” untrennbar verbunden scheint.

RFM I & 54[1] & 55[1] & 56[1]

Aber was für Eigenschaften der 100 Kugeln hast Du entfaltet, oder gezeigt? – Nun, daß man diese Dinge mit ihnen tun kann. – Aber *welche* Dinge? Meinst Du: daß Du sie hast so bewegen können, daß sie nicht an der Tischfläche festgeleimt waren? – Dies auch, aber hauptsächlich, daß keine von ihnen verschwand, daß man sie verschieben, und der Verschiebung mit den Augen folgen konnte; daß sie dabei ihre Form beibehielten. – Du hast also physikalische Eigenschaften der Reihe gezeigt. Aber warum hast Du den Ausdruck "entfalten" gebraucht? Du hättest doch nicht gesagt, Du entfaltest die Eigenschaften einer Eisenstange, indem Du zeigst, daß sie bei so und soviel Grad schmilzt. Und könntest Du nicht ebenso gut sagen, Du entfaltest die Eigenschaften unseres Zahlengedächtnisses (z.B.)? Was Du eigentlich *entfaltest*, ist ja wohl die Reihe der Kugeln. – Und Du zeigst, z.B. daß, eine Reihe wenn sie so und so ausschaut, etwa so römisch numeriert ist, auf einfache Weise, und ohne daß eine Kugel dazu- oder wegkommt, in jene andere einprägsame Form gebracht werden kann. Aber ebensogut könnte das doch ein psychologisches Experiment sein, das zeigt, daß Du *jetzt* gewisse Formen einprägsam findest, in die 100 Flecke durch bloßes Verschieben gebracht werden. "Ich habe gezeigt, was sich mit 100 Kugeln machen läßt." – Du hast gezeigt, daß sich *diese* 100 Kugeln (oder diese Kugeln dort) so entfalten ließen. Das Experiment war eines des Entfaltens (im Gegensatz z.B. zu einem des Verbrennens). Und das psychologische Experiment konnte z.B. zeigen, wie leicht man Dich betrügen kann; daß Du es nämlich nicht merkst, wenn man Kugeln in die Reihe dazu- oder wegschmuggelt. Man könnte ja auch *so* sagen: Ich habe gezeigt, was sich mit einer Reihe von 100 Flecken durch scheinbares Verschieben machen läßt, – welche Figuren sich durch scheinbares Verschieben aus ihr erzeugen lassen. – Was aber habe ich in diesem Fall entfaltet?

RFM I & 56[2] & 57[1] & 58[1]

Denk Dir, man sagte: wir entfalten die Eigenschaften eines Polygons indem wir je 3 Seiten durch eine Diagonale zusammennehmen. Es zeigt sich mir dann als 15-Eck. Will ich sagen: ich habe eine Eigenschaft des 15-Ecks entfaltet? Nein. Ich will sagen, ich habe eine Eigenschaft dieses (hier gezeichneten) Vielecks entfaltet. Ich weiß jetzt daß hier ein Trick besteht. Früher wußte ich's nicht. Ist dies ein Experiment? Es zeigt mir etwa, was für ein Fehler jetzt da steht. Man kann, was ich getan habe, ein Experiment des Zählens nennen. Ja, wie aber, wenn ich so einen Versuch an einem Fünfeck anstelle, das ich ja schon übersehen kann? – Nun, nehmen wir einen Augenblick an, ich könnte es nicht übersehen, – was (z.B.) geschehen kann, wenn es sehr groß ist, und ich zu nahe bin. Dann wäre das Ziehen der Diagonalen ein Mittel, um mich davon zu überzeugen, daß das ein Fünfeck ist. Hab ich gezeigt daß hier ein 5-Eck steht, & war es nur überflüssig? [Meterstab] Ich könnte wieder sagen, ich habe die Eigenschaften des Polygons, das da gezeichnet ist, entfaltet. – Kann ich es nun übersehen, dann kann sich doch *daran* nichts ändern. Es war etwa überflüssig, diese Eigenschaft zu entfalten, wie es überflüssig ist, zwei Äpfel, die vor mir liegen, zu zählen. Soll ich nun sagen: "es war wieder ein Experiment, aber ich war des Ausgangs sicher"? Aber was ist hier der Ausgang? Aber bin ich des Ausgangs in der Weise sicher, wie des Ausgangs der Elektrolyse einer Wassermenge? Nein, sondern anders! Ergäbe die Elektrolyse der Flüssigkeit nicht H_2O, so würde ich mich für närrisch halten, oder sagen, ich wisse jetzt überhaupt nicht mehr, was ich sagen soll. Sehe ich noch wieviele Striche da stehen wenn ich auf diesen Strich zeige & sage "*Eins*" (ihn also zähle). Denk Dir, ich sagte: "Ja, hier steht ein Quadrat – aber schauen wir noch nach, ob es durch eine Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt wird!" Ich ziehe sie dann und sage: "Ja, hier haben wir zwei Dreiecke." Da würde man mich fragen: Hast Du denn nicht *gesehen*, daß es in zwei Dreiecke zerlegt werden kann? Bist Du erst jetzt überzeugt, daß hier ein Viereck steht; und warum traust Du jetzt Deinen Augen mehr als früher?

RFM I & 58[2] * Aufgaben: Zahl der Töne, die innere Eigenschaft einer Melodie; Zahl der Blätter, – äußere Eigenschaft eines Baumes. Wie hängt das mit der Identität des Begriffes zusammen? *Ramsey

RFM I & 59[1] Was zeigt uns der, der 4 Kugeln in 2 und 2 trennt, sie wieder zusammenschiebt, wieder trennt etc.? Er prägt uns ein Gesicht ein und eine typische Veränderung dieses Gesichts.

RFM I & 60[1]

Denke an die möglichen Stellungen einer Gliederpuppe. Oder denk, Du hättest eine Kette mit, sagen wir 10 Gliedern und Du zeigst, was für charakteristische (d.h. einprägsame) Figuren man mit ihr legen kann. Die Glieder seien numeriert; dadurch werden sie zu einer leicht einprägbaren Struktur, auch wenn sie in gerader Reihe liegen. Ich präge Dir also charakteristische Lagen und Bewegungen dieser Kette ein. Wenn ich nun sage: "Sieh', man kann auch *das* aus ihr machen" (und es vorführe), zeige ich Dir da ein Experiment? – Im gewissen Sinne *ja*; ich zeige z.B., daß man sie in diese Form bringen kann; aber daran hast Du nicht gezweifelt. Und was Dich interessiert, ist nicht etwas, was diese individuelle Kette betrifft. – Aber ist, was ich vorführe, nicht doch eine Eigenschaft dieser Kette? Gewiß; aber ich führe nur solche Bewegungen, solche Umformungen, vor, die einprägsamer Art sind; und Dich interessiert, diese Umformungen *zu lernen*. Es interessiert Dich aber darum, weil es so leicht ist, sie immer wieder, an verschiedenen Gegenständen vorzunehmen. (Rechnung)

RFM I & 60[2] & 61[1] Die Worte “Sieh, was ich aus ihr machen kann –” sind allerdings dieselben, die ich auch verwenden würde, wenn ich Dir zeigte, was ich alles aus einem Klumpen Ton z.B. formen kann. *Daß* ich geschickt genug bin, solche Dinge aus diesem Klumpen zu formen. In einem andern Fall: daß dies Material sich *so* behandeln läßt. Hier würde man kaum sagen: ‘ich mache Dich darauf aufmerksam’, daß ich dies machen kann, oder daß das Material dies aushält, – während man im Fall der Kette sagen würde: ich mache Dich darauf aufmerksam, daß sich dies mit ihr machen läßt. – Denn Du hättest es Dir auch *vorstellen* können. Aber Du kannst natürlich keine Eigenschaft der Kette durch Vorstellen erkennen. Das Experimenthafte verschwindet, indem man den Vorgang bloß als einprägsames Bild ansieht.

RFM I & 61[2] Man kann daher sagen: Wir entfalten die *Rolle*, die “100” in unserm Rechensystem spielt.

RFM I & 61[3] (Ich schrieb einmal: “In der Mathematik sind Prozeß und Resultat einander äquivalent.”)

RFM I & 61[4] & 62[1] Und doch fühle ich, daß es eine Eigenschaft von "100" sei, daß es so erzeugt wird, oder werden kann. Aber wie kann es denn eine Eigenschaft der Struktur "*100*" sein, daß sie so erzeugt wird, wenn sie z.B. garnicht so erzeugt würde? Wenn niemand so multiplizierte? Doch nur, wenn man sagen könnte, es ist eine Eigenschaft dieses Zeichens, Gegenstand dieser Regel zu sein, z.B. Es ist Eigenschaft der "5", Gegenstand der Regel "3 + 2 = 5" zu sein. Denn nur als Gegenstand der Regel ist die Zahl *das* Resultat der Addition jener andern Zahlen. Wenn ich aber nun sage: es ist Eigenschaft der Zahl · · ., das Resultat der Addition von · · · · . nach der Regel · · · · . zu sein? Es ist also eine Eigenschaft der Zahl, daß sie bei der Anwendung dieser Regel auf diese Zahlen entsteht. Die Frage ist: würden wir es "Anwendung der Regel" nennen, wenn diese Zahl *nicht* das Resultat wäre? Und das ist dieselbe Frage wie: "Was verstehst Du unter der 'Anwendung dieser Regel': das, was Du etwa mit ihr machst (und Du magst sie einmal so, einmal so anwenden), oder ist 'ihre Anwendung' anders erklärt."

RFM I & 62[2] "Es ist eine Eigenschaft dieser Zahl, daß dieser Prozeß zu ihr führt." – Aber mathematisch gesprochen führt kein Prozeß zu ihr, sondern sie ist das Ende eines Prozesses (gehört noch zum Prozeß).

RFM I & 63[4] & 64[1] Aber warum fühle ich, es werde eine Eigenschaft der Reihe entfaltet, gezeigt? – Weil ich abwechselnd, was gezeigt wird, als der Reihe wesentlich, und nicht wesentlich ansehe. Oder: weil ich an diese Eigenschaften abwechselnd als externe und interne denke. Weil ich abwechselnd etwas als selbstverständlich hinnehme und es bemerkenswert finde.

RFM I & “Du entfaltest doch die Eigenschaften der 100 Kugeln, indem
64[3] Du zeigst, was aus ihnen gemacht werden kann.” – *Wie* gemacht werden kann? Denn, daß das aus ihnen gemacht werden *kann*, daran hat ja niemand gezweifelt, es muß also um die Art und Weise gehen, *wie* dies aus ihnen erzeugt wird. Aber sieh’ diese an! ob sie nicht etwa das Resultat schon voraussetzt. – Denn denke Dir, es entsteht auf *diese Weise* einmal dies, einmal ein anderes Resultat; würdest Du das nun hinnehmen? Würdest Du nicht sagen: “Ich muß mich geirrt haben; auf *dieselbe* Art und Weise mußte immer das Gleiche entstehen.” Das zeigt, daß Du das Resultat der Umformung einbeziehst in die Art und Weise der Umformung.

RFM I & Aufgabe: Soll ich es Erfahrungstatsache nennen, daß *dieses* Ge-
65[1] sicht durch *diese* Veränderung zu *jenem* wird?

65[2] Ist die Eigenschaft, die ich ‘entfalte’ eine externe oder interne?

RFM I & Man sagt: diese Einteilung *macht klar*, was da für eine Reihe von
65[7] & Kugeln steht. Macht sie klar, was für eine Reihe vor der
66[1] Einteilung da *stand*, oder macht sie klar, was für eine Reihe jetzt da steht?

RFM I & ‘Ich sehe auf den ersten Blick, wieviele es sind.’ Nun wieviele
66[2] sind es? Ist die Antwort ‘*So* viele’? – (wobei man auf die Gruppe der Gegenstände zeigt). Wie lautet sie aber? Es sind ‘50’, oder ‘100’, etc.

RFM I & “Die Einteilung macht mir klar, was da für eine Reihe steht”.
66[3] Nun, was für eine steht da? Ist die Antwort “*Diese*.”? Wie lautet eine sinnvolle Antwort?

RFM I & 66[6] & 67[1] Ich entfalte doch die geometrischen Eigenschaften dieser Kette auch, indem ich die Umformungen einer andern, gleich gebauten Kette vorführe. Aber dadurch zeige ich doch nicht, was ich tatsächlich mit der ersten tun kann, wenn diese sich nämlich tatsächlich als unbiegbar, oder sonstwie physikalisch ungeeignet erweist. Also kann ich doch nicht sagen: ich entfalte die *Eigenschaften dieser Kette*.

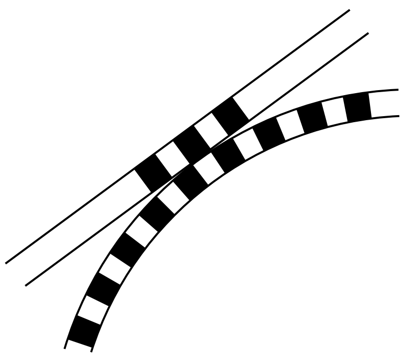
RFM I & 67[2] Kann man Eigenschaften der Kette entfalten, die sie garnicht hat?

RFM I & 67[4] Ich messe einen Tisch und er ist 1 m lang. – Nun lege ich meinen Meterstab an einen andern Meterstab. Messe ich ihn dadurch? Finde ich, daß jener zweite Meterstab 1 m lang ist? Mache ich das gleiche Experiment der Messung, nur mit dem Unterschied, daß ich des Ausgangs sicher bin?

RFM I & 67[5] & 68[1] Ja, wenn ich den Maßstab an den Tisch anlege, messe ich immer den Tisch; kontrolliere ich nicht manchmal den Maßstab? Und worin liegt der Unterschied zwischen dem einen Vorgehen und dem andern?

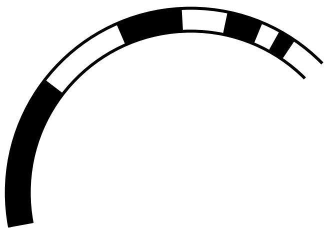
RFM I & 68[4] Das Experiment des Entfaltens einer Reihe kann uns, unter anderem, zeigen, aus wievielen Kugeln die Reihe besteht, oder aber, daß wir diese (sagen wir) 100 Kugeln so und so bewegen können. Die Rechnung aber des Entfaltens zeigt uns, was wir eine 'Umformung durch bloßes Entfalten' nennen.

RFM I & 70[1] & 71[1] 305 Prüfe den Satz: Ich schrieb einmal, es sei keine *Erfahrungstatsache*: daß die Tangente einer visuellen Kurve ein Stück mit dieser gemeinsam läuft; und wenn dies eine Figur zeige, so nicht als das Resultat eines Experiments.



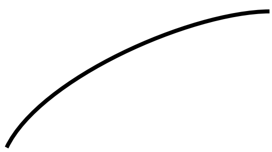
Man könnte auch sagen: Du siehst hier, daß Stücke einer kontinuierlichen visuellen Kurve gerade sind. – Aber sollte ich nicht sagen: – "Das nennst Du doch eine 'Kurve'. – Und nennst Du dieses Stückchen nun 'krumm' oder 'gerade'? – Das nennst Du doch eine 'Gerade', und sie enthält dieses Stück." Aber warum sollte man nicht für visuelle Strecken einer Kurve, die allein keine Krümmung zeigen, einen neuen Namen gebrauchen? "Das Experiment des Ziehens dieser Linien hat doch gezeigt, daß sie sich nicht in einem *Punkt* berühren." – Daß *sie* sich nicht in einem Punkt berühren? Wie sind '*sie*' definiert? Oder: kannst Du mir ein Bild davon zeigen, wie es ist, wenn sie sich 'in einem Punkt berühren'? Denn warum soll ich nicht einfach sagen: das Experiment hat ergeben, daß sie – nämlich eine krumme und eine gerade Linie – einander *berühren?* Denn ist dies *nicht*, was ich "Berührung" solcher Linien nenne?

RFM I & 71[2] & 72[1] **306** Zeichnen wir einen Kreis aus schwarzen und weißen Stücken, die kleiner und kleiner werden.



"Welches dieser Stücke – von links nach rechts – erscheint Dir schon als gerade?" Dies ist ein Experiment.

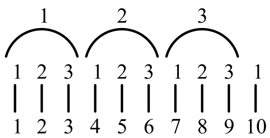
RFM I & 72[2] **307** Wie, wenn jemand sagte: "Die Erfahrung lehrt Dich, daß diese Linie



krumm ist"? – Da wäre zu sagen, daß hier die Worte "diese Linie", den auf dem Papier gezogenen *Strich* bedeuten. Man kann ja tatsächlich den Versuch anstellen und diesen Strich verschiedenen Menschen zeigen, und fragen: "was siehst Du; eine gerade, oder eine krumme Linie?" – Bemerkung über Identität Wenn aber jemand sagte: "Ich stelle mir jetzt eine krumme Linie vor", und wir ihm darauf sagen: "Da siehst Du also, daß diese Linie eine krumme ist" – was für einen Sinn hätte das? Nun kann man aber auch sagen: "Ich stelle mir einen Kreis vor aus schwarzen und weißen Stücken, eines ist groß, gekrümmt, die folgenden werden immer kleiner, das sechste ist schon gerade." Wo liegt hier das Experiment? In der Vorstellung kann ich rechnen, aber nicht experimentieren.

RFM I & 73[1] & 74[1]

220 Was ist die charakteristische Verwendung des Vorgangs der Ableitung als *Rechnung* – im Gegensatz zur Verwendung des Vorgangs als Experiment? Wir betrachten die Berechnung als Demonstration einer *internen Eigenschaft* (eine Eigenschaft des *Wesens*) der Strukturen. Aber was heißt das? Als Urbild der 'internen Eigenschaft' könnte dieses dienen:



$10 = 3 \times 3 + 1$

Wenn ich nun sage: 10 Striche bestehen notwendig aus 3 mal 3 Strichen und einem Strich – das heißt doch nicht: wenn 10 Striche dastehen, so stehen immer die Ziffern und Bogen rund herum. – Setze ich sie aber zu den Strichen hinzu, so sage ich, ich demonstrierte nur das Wesen jener Gruppe von Strichen. – Aber bist Du sicher, daß sich die Gruppe beim Dazuschreiben jener Zeichen nicht verändert hat? – "Ich weiß nicht; aber *eine* bestimmte Zahl von Strichen stand da; und wenn nicht 10, so eine andre und dann hatte die eben andre Eigenschaften. –"

RFM I & 74[2] **221** Man sagt: die Rechnung 'entfaltet' die Eigenschaft der Hundert. Was heißt es eigentlich: 100 bestehe aus 50 und 50? Man sagt: der Inhalt der Kiste besteht aus 50 Äpfeln und 50 Birnen. Aber wenn Einer sagte: "der Inhalt der Kiste besteht aus 50 Äpfeln und 50 Äpfeln" –, wir wüßten zunächst nicht, was er meint. – Wenn man sagt: "Der Inhalt der Kiste besteht aus 2 mal 50 Äpfeln", so heißt das entweder, es seien da zwei Abteilungen zu 50 Äpfeln; oder es handelt sich etwa um eine Verteilung, in der Jeder 50 Äpfel erhalten soll, und ich höre nun, daß man aus dieser Kiste zwei Leute beteilen kann.

RFM I & 74[3] **222** "Die 100 Äpfel in der Kiste bestehen aus 50 und 50" – hier ist wichtig der unzeitliche Charakter von 'bestehen'. Denn es heißt nicht, sie bestünden *jetzt*, oder für einige Zeit aus 50 und 50.

RFM I & 75[1] **223** Was ist denn das Charakteristikum der 'internen Eigenschaften'? Daß sie immer, unveränderlich in dem Ganzen bestehen, das sie bilden; gleichsam unabhängig von allen äußeren Geschehnissen. Wie die Konstruktion einer Maschine auf dem Papier nicht bricht, wenn die Maschine selbst äußeren Kräften erliegt. – Oder ich möchte sagen: daß sie nicht Wind und Wetter unterworfen sind, wie das Physikalische der Dinge; sondern unangreifbar wie Schemen.

RFM I & 76[1] **233** Wenn wir sagen: "dieser Satz folgt aus jenem", so ist hier "folgen" wieder *unzeitlich* gebraucht. (Und das zeigt, daß dieser Satz nicht das Resultat eines Experiments ausspricht.)

RFM I & 76[2] **234** Vergleiche damit: “Weiß ist heller als Schwarz”. Auch dieser Ausdruck ist unzeitlich und auch er spricht das Bestehen einer *internen* Relation aus.

RFM I & 77[1] & 78[1] **235** “Diese Relation *besteht* aber eben” – möchte man sagen. Aber die Frage ist: Hat dieser Satz einen Gebrauch – und welchen? Denn einstweilen weiß ich nur, daß mir dabei ein Bild vorschwebt (aber dies garantiert mir die Verwendung nicht) und daß die Worte einen deutschen Satz geben. Aber es fällt Dir auf, daß die Worte hier anders gebraucht werden, als im alltäglichen Fall einer nützlichen Aussage. (Wie etwa der Radmacher bemerken kann, daß die Aussagen, die er gewöhnlich über Kreisförmiges und Gerades macht, anderer Art sind, als die, die im Euklid stehen.) Denn wir sagen: dieser *Gegenstand* ist heller als jener, oder, die Farbe dieses Dings ist heller als die Farbe jenes, und dann ist etwas jetzt heller und kann später dunkler sein. Woher die Empfindung, “Weiß ist heller als Schwarz” sage etwas über das *Wesen* der beiden Farben aus? – Aber ist die Frage überhaupt richtig gestellt? Was meinen wir denn mit dem ‘Wesen’ von Weiß oder Schwarz? Wir denken etwa an ‘das Innere’, ‘die Konstitution’, aber das ergibt hier doch keinen Sinn. Wir sagen etwa auch: “Es liegt im Weiß, daß es heller ist ⋯⋯”. [→ Siehe Bemerkung über Identität] Ist es nicht so: das Bild eines schwarzen und eines weißen Flecks

dient uns *zugleich* als Paradigma dessen, was wir unter “heller” und “dunkler” verstehen und als Paradigma für “weiß” und für “schwarz”. In *so* fern ‘liegt’ nun die Dunkelheit ‘im’

Schwarz, als sie *beide* von diesem Fleck dargestellt werden. Er ist dunkel, *dadurch daß* er schwarz ist. – Aber richtiger gesagt: er *heißt* "schwarz" und damit, in unserer Sprache, auch "dunkel". Jene Verbindung, eine Verbindung der Paradigmen und Namen ist in unsrer Sprache hergestellt. Und unser Satz ist unzeitlich, weil er nur die Verbindung der Worte "weiß", "schwarz" und "heller" mit einem Paradigma ausspricht. Man kann Mißverständnisse vermeiden, dadurch daß man erklärt, es sei Unsinn, zu sagen: "die Farbe dieses Körpers ist heller, als die Farbe jenes", es müsse heißen: "dieser Körper ist heller als jener". D.h., man schließt jene Ausdrucksform aus unserer Sprache aus. Wem sagen wir "weiß ist heller als schwarz"? Was teilt ihm das mit.

RFM I & 79[1] & 80[1]

283 Aber kann ich den Satz der Geometrie nicht auch ohne Beweis glauben, z.B. auf die Versicherung eines Andern hin? – Und was verliert der Satz, wenn er seinen Beweis verliert? – Ich soll hier wohl fragen: "Was kann ich mit ihm anfangen?", denn darauf kommt es an. Den Satz auf die Versicherung des Andern *annehmen* – wie zeigt sich das? Ich kann ihn z.B. in weiteren Rechenoperationen verwenden, oder ich verwende ihn bei der Beurteilung eines physikalischen Sachverhalts. Versichert mich jemand z.B., 13 mal 13 sei 396, und ich glaube ihm, so werde ich mich nun wundern, daß ich 396 Nüsse nicht in 13 Reihen zu je 13 Nüssen legen kann und vielleicht annehmen, die Nüsse hätten sich von selbst vermehrt. Aber ich fühle mich versucht zu sagen: man könne nicht ***glauben***, daß $13 \times 13 = 396$ ist, man könne diese Zahl nur mechanisch vom Andern *annehmen*. Aber warum soll ich nicht sagen, ich glaube es? Ist denn, es glauben, ein geheimnisvoller Akt, der sozusagen unterirdisch mit der richtigen Rechnung in Verbindung steht? Ich kann doch jedenfalls *sagen*: "ich glaube es", und nun danach handeln. Man möchte fragen: "Was tut der, der glaubt, daß $13 \times 13 = 396$ ist?" Und die Antwort kann sein: Nun, das wird davon abhängen, ob er z.B. die Rechnung selber gemacht und sich dabei verschrieben hat, – oder ob sie zwar ein Andrer gemacht hat, er aber doch weiß, wie man so eine Rechnung macht, – oder ob er nicht multiplizieren kann, aber weiß, daß das Produkt die Zahl der Leute ist, die in 13 Reihen zu je 13 stehen, – kurz davon, was er denn mit der Gleichung $13 \times 13 = 396$ anfangen kann. Denn, sie prüfen, ist etwas mit ihr anfangen.

RFM I & 80[2] **284** Denkt man nämlich an die arithmetische Gleichung als den Ausdruck einer internen Relation, so möchte man sagen: "Er kann ja garnicht glauben, daß 13 × 13 *dies* ergibt, weil das ja keine Multiplikation von 13 mit 13, oder kein *Ergeben* ist, wenn 396 am Ende steht." Das heißt aber, daß man das Wort "glauben" für den Fall einer Rechnung und ihres Resultats nicht anwenden will, – oder nur dann, wenn man die richtige Rechnung vor sich hat.

RFM I & 81[1] **285** "Was glaubt der, der glaubt 13 × 13 ist 396?" – Wie tief dringt er – könnte man sagen, mit seinem Glauben in das Verhältnis dieser Zahlen ein? Denn bis zum Ende – will man sagen – kann er nicht dringen, oder er könnte es nicht glauben. Aber wann dringt er in die Verhältnisse der Zahlen ein? Gerade während er sagt, daß er glaubt ⋯⋯? Darauf wirst Du nicht bestehen – denn es ist leicht zu sehen, daß dieser Schein nur durch die Oberflächenform unsrer Grammatik (wie man es nennen könnte) erzeugt wurde.

RFM I & 81[2] **286** Denn ich will sagen: "Man kann nur *sehen*, daß 13 × 13 = 369 ist, und man kann auch das nicht *glauben*. Und man kann – mehr oder weniger blind – eine Regel annehmen." Und was tue ich, wenn ich dies sage? Ich mache einen Schnitt; zwischen der *Rechnung* mit ihrem Resultat (d.i. einem bestimmten Bild, einer bestimmten Vorlage) und einem Versuch mit seinem Ergebnis.

RFM I & 81[3] & 82[1]

287 Ich möchte sagen: "Wenn ich glaube, daß $x \times y = z$ ist – und es kommt ja vor, daß ich so etwas glaube – sage, daß ich es glaube – so glaube ich nicht den mathematischen Satz, denn der steht am Ende eines Beweises, ist das Ende eines Beweises; sondern ich glaube: daß dies die Formel ist, die dort und dort steht, die ich so und so erhalten werde u. dergl." – Und dies klingt ja, als dränge ich in den Vorgang des Glaubens eines solchen Satzes ein. Während ich nur – in ungeschickter Weise – auf den *fundamentalen* Unterschied bei scheinbarer Ähnlichkeit der Rollen deute – eines arithmetischen Satzes und eines Erfahrungssatzes. Denn ich *sage* eben unter gewissen Umständen: "ich glaube daß $x \times y = z$ ist". Was *meine* ich damit? – Was ich sage! − − Wohl aber ist die Frage interessant: unter was für Umständen sage ich dies, und wie sind sie charakterisiert, im Gegensatz zu denen einer Aussage: "ich glaube, es wird regnen"? Denn was uns beschäftigt, ist ja dieser Gegensatz. Wir verlangen danach, ein Bild zu erhalten von der Verwendung der mathematischen Sätze und der Sätze "ich glaube, daß ····", wo ein mathematischer Satz der Gegenstand des Glaubens ist. [→ [Siehe S. 173]]

RFM I & 82[2] & 83[1]

288 "Du glaubst doch nicht den mathematischen Satz. –" Das heißt: "mathematischer Satz" bezeichnet mir eine Rolle für den Satz, eine Funktion, in der ein Glauben nicht vorkommt. Vergleiche: "Wenn du sagst: 'ich glaube, daß das Rochieren so und so geschieht', so glaubst Du nicht die Schachregel, sondern Du glaubst etwa, daß *so* eine Regel des Schach lautet."

RFM I & 83[2] **289** "Man kann nicht *glauben*, die Multiplikation 13 × 13 liefere 369, weil das Resultat zur Rechnung gehört." – Was nenne ich "die Multiplikation 13 × 13"? Nur das richtige Multiplikationsbild, an dessen unterem Ende 369 steht? oder auch eine 'falsche Multiplikation'? Wie ist festgelegt, welches Bild die Multiplikation 13 × 13 ist? – Ist es nicht durch die Multiplikationsregeln *bestimmt*? – Aber wie, wenn Dir mit Hilfe dieser Regeln heute etwas anderes herauskommt, als was in allen Rechenbüchern steht? Ist das nicht möglich? – "Nicht, wenn Du die Regeln anwendest, wie *sie*!" – Freilich nicht! aber das ist ja ein Pleonasmus. Und wo steht, wie sie anzuwenden sind – und wenn es wo steht: wo steht, wie *dies* anzuwenden ist? Und das heißt nicht nur: in welchem Buch steht es, sondern auch, in welchem *Kopf*? – Was ist also die Multiplikation 13 × 13 – oder, wonach soll ich mich beim Multiplizieren richten: nach den Regeln, oder nach der Multiplikation, die in den Rechenbüchern steht – – wenn diese beiden nämlich nicht übereinstimmen? – Nun, es kommt tatsächlich nie vor, daß der, welcher rechnen gelernt hat, bei dieser Multiplikation hartnäckig etwas anderes herausbringt, als was in den Rechenbüchern steht. Sollte es aber geschehen; so würden wir ihn für abnorm erklären, und von seiner Rechnung weiter keine Notiz nehmen.

RFM I & 84[1] **224**

209˙1 Bemerkung über Identität. "Aber bin ich also in einer Schlußkette nicht gezwungen, zu gehen, wie ich gehe?" – Gezwungen? Ich kann doch wohl gehen, wie ich will! – "Aber wenn Du im Einklang mit den Regeln bleiben willst, *mußt* Du so gehen." – Durchaus nicht; ich nenne *das* 'Einklang'. – "Dann hast du den Sinn des Wortes ‘Einklang’ verändert, oder den Sinn der Regel.” – Nein, – wer sagt, was hier ‘verändern’ und was ‘gleichbleiben’ heißt?

Wieviele Regeln immer Du mir angibst – ich gebe Dir eine Regel, die *meine* Verwendung Deiner Regeln rechtfertigt.

RFM I & 85[1]

226 Wir könnten auch sagen: Wenn wir den Schlußgesetzen (Schlußregeln) *folgen*, so liegt in einem Folgen immer auch ein Deuten.

RFM I & 86[1] & 87[1]

225 [154] “Du darfst doch das Gesetz jetzt nicht auf einmal anders anwenden!” – Wenn ich darauf antworte: “Ach ja, ich hatte es ja *so* angewandt!” oder: “Ach, *so* sollte ich es anwenden – !”; dann spiele ich mit. Antworte ich aber einfach: “Anders? – Das *ist* doch nicht anders!” – was willst Du tun? Das heißt eigentlich, daß ein Mensch mit Zeichen des Verstandes auch so handeln könnte daß wir es närrisch nennen würden.

RFM I & 88[1] & 89[1]

230 “Nach Dir könnte also jeder die Reihe fortsetzen, wie er will; und also auch auf *irgend* eine Weise schließen!” Wir werden es dann nicht “die Reihe fortsetzen” nennen und auch wohl nicht “schließen”. Und Denken & Schließen (sowie das Zählen) ist für uns natürlich nicht durch eine willkürliche Definition umschrieben, sondern durch natürliche Grenzen, dem Körper dessen entsprechend, was wir die Rolle des Denkens & Schließens in unserm Leben nennen können. Denn, daß ihn Schlußgesetze nicht wie die Gleise den Zug zwingen, das und das zu reden, oder zu schreiben, darüber sind wir einig. Und wenn du sagst, er könne es zwar *reden*, aber er kann es nicht *denken*, so sage ich nur, das heiße nicht: er könne es, quasi trotz aller Anstrengung, nicht denken, sondern es heißt: zum ‘Denken’ gehört für uns wesentlich, daß er – beim Reden, Schreiben, etc. – *solche* Übergänge macht. Und ferner sage ich, daß die Grenze zwischen dem, was wir noch ‘denken’ und dem, was wir nicht mehr so nennen, so wenig scharf gezogen ist, wie die Grenze zwischen dem, was noch “Gesetzmäßigkeit” genannt wird und dem, was wir nicht mehr so nennen. Man kann aber dennoch sagen, daß die Schlußgesetze uns zwingen; in dem Sinne nämlich, wie andere Gesetze in der menschlichen Gesellschaft. Der Kanzlist, der so schließt, wie in (210), *muß* es so tun; er wäre bestraft worden, wenn er anders schlösse. Wer anders schließt, kommt allerdings in Konflikt: z.B. mit der Gesellschaft; aber auch mit andern praktischen Folgen. Und auch *daran* ist etwas, wenn man sagt: er kann es nicht *denken*. Man will etwa sagen: Er kann es nicht mit persönlichem Inhalt erfüllen: er kann nicht wirklich *mitgehen* – mit seinem Verstand, mit seiner Person. Es ist ähnlich, wie man sagt: Diese Tonfolgen geben

keinen Sinn, ich kann sie nicht mit Ausdruck singen. Ich kann nicht *mitschwingen*. Oder, was hier auf dasselbe hinauskommt: ich schwinge nicht mit. “Wenn er es redet – könnte man sagen – kann er es nur gedankenlos reden”. Und hierzu muß nur bemerkt werden, daß das ‘gedankenlose’ Reden sich von einem anderen wohl auch manchmal durch das unterscheidet, was beim Reden im Redenden an Vorstellungen, Empfindungen, und anderem, vor sich geht, daß aber diese Begleitung nicht das ‘Denken’ ausmacht und ihr Fehlen noch nicht die ‘Gedankenlosigkeit’. [→ [Siehe Lesen] Experiment

Bd. XII S. 103/1]

RFM I & 90[1] **226**

[193] Inwiefern ist das logische Argument ein Zwang? “Du gibst doch *das* zu, – und *das* zu; dann mußt du auch *das* zugeben!” Das ist die Art, jemanden zu zwingen. D.h., man kann so tatsächlich Menschen zwingen, etwas zuzugeben. – Nicht anders, als wie man Einen etwa dazu zwingen kann, dorthin zu gehen, indem man gebietend mit dem Finger dorthin zeigt. Siehe Gesetz unerbittlich Denke, ich zeige in so einem Fall mit zwei Fingern zugleich in zwei verschiedenen Richtungen und stelle es damit dem Andern frei, in welcher der beiden Richtungen er gehen will – ein andermal zeige ich nur in *einer* Richtung; so kann man das auch so ausdrücken: mein erster Befehl habe ihn nicht gezwungen, in *einer* Richtung zu gehen, wohl aber der zweite. Das ist aber eine Aussage, die angeben soll, welcher Art meine Befehle waren; aber nicht, in welcher Art sie

wirken, ob sie den und den tatsächlich zwingen, d.h., ob er ihnen gehorcht.

RFM I & 91[1] & 92[1]

279 Es schien zuerst, als sollten diese Überlegungen zeigen, daß, 'was ein logischer Zwang zu sein scheint, in Wirklichkeit nur ein psychologischer ist' – und da fragte es sich doch: kenne ich also beide Arten des Zwanges?! – Denke Dir, es würde der Ausdruck gebraucht: "Das Gesetz § · · · · bestraft den Mörder mit dem Tode." Das könnte doch nur heißen, dieses Gesetz laute: u.s.w. Jene Form des Ausdrucks aber könnte sich uns aufdrängen, weil das Gesetz Mittel ist, wenn der Schuldige der Bestrafung zugeführt wird. – Nun reden wir von 'Unerbittlichkeit' bei denen, die jemand bestrafen. Da könnte es uns einfallen, zu sagen:das Gesetz ist *unerbittlich*– die Menschen können den Schuldigen laufen lassen, das Gesetz richtet ihn hin." (Ja auch: "das Gesetz richtet ihn *immer* hin".) – Wozu ist so eine Ausdrucksform zu gebrauchen? – Zunächst sagt dieser Satz ja nur, im Gesetz stehe das und das, und die Menschen richten sich manchmal nicht danach. Dann aber zeigt er doch das Bild des einen unerbittlichen – und vieler laxer Richter. Er dient darum als Ausdruck des Respekts vor dem Gesetz. Endlich aber kann man die Ausdrucksform auch so gebrauchen, daß man ein Gesetz 'unerbittlich' nennt, wenn es eine Möglichkeit der Begnadigung nicht vorsieht, und im entgegengesetzten Fall etwa 'einsichtig'. Bemerkung: "· · · · die Wellen der Sprache · · ."

Siehe Bemerkungen gegen das Ende, Bd. XIII Wir reden nun von der 'Unerbittlichkeit' der Logik; und denken uns die logischen Gesetze unerbittlich, unerbittlicher noch, als die Naturgesetze. Wir machen nun darauf aufmerksam, wie das Wort "unerbittlich" auf mehrerlei Weise angewendet wird. Es entsprechen unsern logischen Gesetzen sehr allgemeine Tatsachen der täglichen Erfahrung. Es sind die, die es uns möglich machen, jene Gesetze immer wieder auf einfache Weise (mit Tinte auf Papier z.B.) zu demonstrieren. Sie sind zu vergleichen mit jenen Tatsachen, welche die Messung mit dem Metermaß leicht ausführbar und nützlich machen. Das legt den Gebrauch gerade dieser Schlußgesetze nahe, und nun sind *wir* unerbittlich in der Anwendung dieser Gesetze. Weil wir '*messen*'; und es gehört zum Messen, daß Alle das gleiche Maß haben. Außerdem aber kann man unerbittliche, d.h. *eindeutige*, von nichteindeutigen Schlußregeln unterscheiden, ich meine von solchen, die uns eine Alternative freistellen.

RFM I & 93[1] "Ich kann doch nur folgern, was wirklich folgt!" – D.h.: was die logische Maschine wirklich hervorbringt. Die logische Maschine, das wäre ein alles durchdringender ätherischer Mechanismus. – Vor diesem Bild ist zu warnen.

RFM I & 94[1] & 95[1]

Denk Dir ein Material härter und fester als irgend ein anderes. Aber wenn man einen Stab aus diesem Stoff aus der horizontalen in die vertikale Lage bringt, so zieht er sich zusammen; oder er biege sich, wenn man ihn aufrichtet und ist dabei so hart, daß man ihn auf keine andere Weise biegen kann. – (Ein Mechanismus aus diesem Stoff hergestellt, etwa eine Kurbel, Pleuelstange und Kreuzkopf. Andere Bewegungsweise des Kreuzkopfs.) Oder: eine Stange biegt sich, wenn man ihr eine gewisse Masse nähert; gegen alle Kräfte aber, die wir auf sie wirken lassen, ist sie vollkommen starr. Denk Dir, die Führungsschienen des Kreuzkopfs biegen sich und strecken sich wieder, wenn die Kurbel sich ihnen nähert und sich wieder entfernt. Ich nähme aber an, daß keinerlei besondere äußere Kraft dazu nötig ist, dies hervorzurufen. Dieses Benehmen der Schienen würde wie das eines lebenden Wesens anmuten. Wenn wir sagen: "Wenn die Glieder des Mechanismus ganz starr wären, würden sie sich so und so bewegen", was ist das Kriterium dafür, daß sie ganz starr sind? Ist es, daß sie gewissen Kräften widerstehen? oder, daß sie sich so und so bewegen? Denke, ich sage: "das ist das Bewegungsgesetz des Kreuzkopfes (die Zuordnung seiner Lage – zur Lage der Kurbel etwa), wenn sich die Länge der Kurbel und der Pleuelstange nicht ändern". Das heißt wohl: Wenn sich die Lagen der Kurbel und des Kreuzkopfes so zueinander verhalten, dann sage ich, daß die Länge der Pleuelstange gleich bleibt.

RFM I & 95[2] & 96[1]

“Wenn die Teile ganz starr wären, würden sie sich so bewegen”: ist das eine Hypothese? Es scheint, nein. Denn wenn wir sagen: “die Kinematik beschreibt die Bewegungen des Mechanismus unter der Voraussetzung, daß seine Teile vollkommen starr sind”, so geben wir einerseits zu, daß diese Voraussetzung in der Wirklichkeit nie zutrifft, anderseits soll es keinem Zweifel unterliegen, daß vollkommen starre Teile sich so bewegen würden. Aber woher diese Sicherheit? Es handelt sich hier wohl nicht um Sicherheit, sondern um eine Bestimmung, die wir getroffen haben. Wir *wissen* nicht, daß Körper, wenn sie (nach den und den Kriterien) starr wären, sich so bewegen würden; wohl aber würden wir (unter Umständen) Teile ‘starr’ nennen, die sich so bewegen – denke in so einem Fall immer daran, daß ja die Geometrie (oder Kinematik) keine Meßmethode spezifiziert, wenn sie von gleichen Längen oder vom Gleichbleiben einer Länge spricht. Wenn wir also die Kinematik etwa die Lehre von der Bewegung vollkommen starrer Maschinenteile nennen, so liegt hierin einerseits eine Andeutung über die (mathematische) Methode: wir bestimmen gewisse Distanzen als die Längen der Maschinenteile, die sich nicht ändern; anderseits eine *Andeutung* über die Anwendung des Kalküls.

RFM I & 97[1] & 98[1]

Die Härte des logischen Muß. Wie, wenn man sagte: das Muß der Kinematik ist viel härter, als das kausale Muß, das einen Maschinenteil zwingt, sich *so* zu bewegen, wenn der andere sich *so* bewegt? – Denk Dir, wir würden die Bewegungsweise des 'vollkommen starren' Mechanismus durch ein kinematographisches Bild, einen Zeichenfilm, darstellen. Wie, wenn man sagen würde, dies Bild sei *vollkommen hart*, und damit meinte, wir hätten dieses Bild als Darstellungsweise genommen, – was immer die Tatsachen seien, wie immer sich die Teile des wirklichen Mechanismus biegen, oder dehnen mögen. –

RFM I & 98[2] & 99[1] & 100[1]

Die Maschine (ihr Bau) als Symbol für ihre Wirkungsweise: Die Maschine – könnte ich zuerst sagen – 'scheint ihre Wirkungsweise schon in sich zu haben'. Was heißt das? Indem wir die Maschine kennen, scheint alles Übrige, nämlich die Bewegungen, die sie machen wird, schon ganz bestimmt zu sein. [→ Siehe Anfang des zweiten Teiles] "Wir reden so, als *könnten* sich diese Teile nur so bewegen, als könnten sie nichts andres tun." Wie ist es –: vergessen wir also die Möglichkeit, daß sie sich biegen, abbrechen, schmelzen können, etc.? *Ja*; wir denken in *vielen* Fällen garnicht daran. Wir gebrauchen eine Maschine, oder das Bild einer Maschine, als Symbol für eine bestimmte Wirkungsweise. Wir teilen z.B. Einem dieses Bild mit und setzen voraus, daß er die Erscheinungen der Bewegungen der Teile aus ihm ableitet. (So wie wir jemand eine Zahl mitteilen können, indem wir sagen, sie sei die fünfundzwanzigste der Reihe: 1, 4, 9, 16, $\cdots$) "Die Maschine scheint ihre Wirkungsweise schon in sich zu haben" heißt: Du bist geneigt, die künftigen Bewegungen der Maschine in ihrer Bestimmtheit Gegenständen zu vergleichen, die schon in einer Lade liegen und von uns nun herausgeholt werden. So aber reden wir nicht, wenn es sich darum handelt, das wirkliche Verhalten einer Maschine vorauszusagen; da vergessen wir, im allgemeinen, nicht die Möglichkeiten der Deformation der Teile etc. Wohl aber, wenn wir uns darüber wundern, wie wir denn die Maschine als Symbol einer Bewegungsweise verwenden können – da sie sich doch auch ganz *anders* bewegen kann. Nun, wir könnten sagen, die Maschine, oder ihr Bild, stehe als Anfang einer Bilderreihe, die wir aus diesem Bild abzuleiten gelernt haben. Wenn wir aber bedenken, daß sich die Maschine auch anders hätte bewegen können, so erscheint es uns leicht, als müßte in der Maschine als Symbol ihre Bewegungsart noch viel bestimmter enthalten sein, als in der wirklichen Maschine. Es genüge da nicht, daß dies die erfahrungsmäßig vorausbestimmten Bewegungen seien, sondern sie müßten eigentlich – in einem mysteriösen Sinne – bereits *gegenwärtig* sein. Und es ist ja wahr: die Bewegung des Maschinensymbols ist in anderer Weise vorausbestimmt, als die einer gegebenen wirklichen Maschine.

RFM I & 100[2] "Es ist, als könnten wir die ganze Verwendung des Wortes mit einem Schlag erfassen." – Wie *was* z.B.? – *Kann* man sie nicht – in gewissem Sinne – mit einem Schlag erfassen? Und in *welchem* Sinne kannst Du dies nicht? Es ist eben, als könnten wir sie in einem noch viel direkteren Sinne mit einem Schlag erfassen. Aber hast Du dafür ein Vorbild? Nein. Es bietet sich uns nur diese Ausdrucksweise an als das Resultat sich kreuzender Gleichnisse.

RFM I & 100[3] Du hast kein Vorbild dieser übermäßigen Tatsache, aber Du wirst dazu verführt, einen *ÜberAusdruck* zu gebrauchen. [→ Siehe "Ist es eine Verwechslung?"]

RFM I & 100[4] & 101[1] & 102[1]

Wann denkt man denn: die Maschine habe ihre möglichen Bewegungen schon in irgend einer mysteriösen Weise in sich? – Nun, wenn man philosophiert. Und was verleitet uns, das zu denken? Die Art und Weise, wie wir von der Maschine reden. Wir sagen z.B., die Maschine *habe* (*besäße*) diese Bewegungsmöglichkeiten, wir sprechen von der ideal starren Maschine, die sich nur so und so bewegen *könne*. – – Die Bewegungs**möglichkeit**, was ist sie? Sie ist nicht die *Bewegung*; aber sie scheint auch nicht die bloße physikalische *Bedingung* der Bewegung zu sein, etwa, daß zwischen Lager und Zapfen ein gewisser Zwischenraum ist, der Zapfen nicht zu streng ins Lager paßt. Denn dies ist zwar *erfahrungsmäßig* die Bedingung der Bewegung, aber man könnte sich die Sache auch anders vorstellen. Die Bewegungsmöglichkeit soll mehr wie ein Schatten der Bewegung selber sein. Aber kennst Du so einen Schatten? Und unter Schatten verstehe ich nicht irgendein Bild der Bewegung; denn dies Bild müßte ja nicht das Bild gerade *dieser* Bewegung sein. Aber die Möglichkeit dieser Bewegung muß die Möglichkeit gerade dieser Bewegung sein. (Sieh', wie hoch die Wellen der Sprache hier gehen.) Die Wellen legen sich, so wie wir uns fragen: wie gebrauchen wir denn, wenn wir von einer Maschine reden, das Wort "Möglichkeit der Bewegung"? – Woher kamen aber dann diese seltsamen Ideen? Nun, ich zeige Dir die Möglichkeit der Bewegung etwa durch ein *Bild* der Bewegung: 'also ist die Möglichkeit etwas der Wirklichkeit Ähnliches'. Wir sagen: "es bewegt sich noch nicht, aber es hat schon die Möglichkeit sich zu bewegen", 'also ist die Möglichkeit etwas der Wirklichkeit sehr Nahes'. Wir mögen zwar bezweifeln, ob die und die physikalische Bedingung diese Bewegung möglich macht, aber wir diskutieren nie, ob *dies* die Möglichkeit dieser oder jener Bewegung *sei*: ‘also steht die Möglichkeit der Bewegung zur Bewegung selbst in einer einzigartigen Relation, enger, als die des Bildes zu seinem Gegenstand’, denn es kann bezweifelt werden, ob dies das Bild dieses oder jenes Gegenstandes ist. Wir sagen: “die Erfahrung wird lehren, ob dies dem Zapfen diese Bewegungsmöglichkeit gibt”, aber wir sagen nicht: “die Erfahrung wird lehren, ob dies die Möglichkeit dieser Bewegung ist”: ‘also ist es nicht Erfahrungstatsache, daß diese Möglichkeit die Möglichkeit gerade dieser Bewegung ist’. Wir achten auf unsere eigene Ausdrucksweise, diese Dinge betreffend, verstehen sie aber nicht, sondern mißdeuten sie. Wir sind, wenn wir philosophieren, wie Wilde, wie primitive Menschen, die die Ausdrucksweise zivilisierter Menschen hören, sie mißdeuten und nun seltsame Schlüsse aus dieser Deutung ziehen. Denke Dir, es verstünde Einer unsre Vergangenheitsform nicht: “er ist hier gewesen”. − − Er sagt: “‘er *ist*’, das ist die Gegenwart, also sagt jener Satz, daß die Vergangenheit in einem gewissen Sinne gegenwärtig ist”.

RFM I & 102[1] & 103[1] "Aber ich meine nicht, daß, was ich jetzt (beim Erfassen) tue, die künftige Verwendung *kausal* und erfahrungsgemäß bestimmt, sondern daß, in einer *seltsamen* Weise diese Verwendung selbst in irgendeinem Sinne, gegenwärtig ist." – Aber 'in **irgend**einem Sinne' ist sie es ja! (Wir sagen ja auch: "die Ereignisse der vergangenen Jahre sind mir gegenwärtig".) Eigentlich ist an dem, was Du sagst, falsch nur der Ausdruck: "in seltsamer Weise". Das Übrige ist richtig; und seltsam erscheint der Satz nur, wenn man sich zu ihm ein anderes Sprachspiel vorstellt, als das, worin wir ihn tatsächlich verwenden. (Jemand sagte mir, er habe sich als Kind darüber gewundert, wie denn der Schneider *'ein Kleid nähe'* – er dachte, dies heiße, es werde durch *bloßes* Nähen ein Kleid erzeugt, indem nämlich Faden an Faden genäht würde.)

RFM I & 103[2] Die unverstandene Verwendung des Wortes wird als Ausdruck eines seltsamen *Vorgangs* gedeutet. (Wie man sich die Zeit als seltsames Medium, die Seele als seltsames Wesen denkt.) Die Schwierigkeit aber entsteht hier in allen Fällen durch die Vermischung von "ist" und "heißt".

RFM I & 103[3] Die Verbindung, die keine kausale, erfahrungsmäßige, sondern eine viel strengere und härtere sein soll, ja, so fest, daß das Eine irgendwie schon das Andere *ist*, ist immer eine Verbindung in der Grammatik.

RFM I & 103[4] Woher weiß ich, daß dies Bild meine Vorstellung von der *Sonne* ist? – Ich *nenne* es Vorstellung von der Sonne. Ich *verwende* es als Bild der *Sonne*.

RFM I & 104[1] "Es ist, als könnten wir die ganze Verwendung des Wortes mit einem Schlag erfassen." – Wir sagen ja, daß wir es tun. D.h., wir beschreiben ja, manchmal, was geschieht , mit diesen Worten. Aber es ist an dem, was geschieht, nichts Erstaunliches, nichts Seltsames. Seltsam wird es, wenn wir dazu geführt werden, zu denken, daß die künftige Entwickelung auf irgendeine Weise schon im Akt des Erfassens gegenwärtig sein muß und doch nicht gegenwärtig ist. – Denn wir sagen, es bestehe kein Zweifel, daß wir das Wort · · · ·. verstehen und anderseits liegt seine Bedeutung in seiner Verwendung. Es ist kein Zweifel, daß ich jetzt *Schach* spielen will; aber das Schachspiel ist dies Spiel durch *alle seine Regeln* (u.s.f.). Weiß ich also nicht, was ich spielen wollte, ehe ich gespielt *habe*? Oder aber, sind alle Regeln in meinem Akt der Intention enthalten? Ist es nun Erfahrung, die mich lehrt, daß auf diesen Akt der Intention für gewöhnlich diese Art des Spielens folgt? Kann ich also doch nicht sicher sein, was ich zu tun beabsichtigte? Und wenn dies Unsinn ist, welcherlei über-starre Verbindung besteht zwischen dem Akt der Absicht und dem Beabsichtigten? − − Wo ist die Verbindung gemacht zwischen dem Sinn der Worte "Spielen wir eine Partie Schach!" und allen Regeln des Spiels? – Im Regelverzeichnis des Spiels, im Schachunterricht, in der täglichen Praxis des Spielens.

RFM I & 105[1] & 106[1] Die logischen Gesetze sind allerdings der Ausdruck von 'Denkgewohnheiten', aber auch von der Gewohnheit *zu denken*. D.h., man kann sagen, sie zeigten: wie Menschen denken und auch, *was* Menschen "denken" nennen. [→ Bemerkung über Denkgewohnheiten & Denkfaulheit im Notizbuch]

Siehe auch S. 173

RFM I & 106[2] Frege nennt 'ein Gesetz des menschlichen Fürwahrhaltens': "Es ist den Menschen · · · · unmöglich, einen Gegenstand als von ihm selbst verschieden anzuerkennen". – Wenn ich denke, daß mir das unmöglich ist, so denke ich, daß ich *versuche*, es zu tun. Ich schaue also auf meine Lampe und sage: "diese Lampe ist verschieden von ihr selbst". (Aber es rührt sich nichts.) Ich sehe nicht etwa, daß es falsch ist, sondern ich kann damit garnichts anfangen. (Außer, wenn die Lampe im Sonnenlicht flimmert, dann kann ich das ganz gut durch diesen Satz ausdrücken.) Man kann sich auch in eine Art Denkkrampf versetzen, in welchem man *tut*, als versuchte man, das Unmögliche zu denken und es gelänge nicht. Ähnlich, wie man auch *tun* kann, als versuchte man (vergeblich) einen Gegenstand aus der Ferne durch bloßes Wollen an sich heran zu ziehen. (Dabei schneidet man etwa gewisse Gesichter, so, als wollte man dem Ding durch Mienen zu verstehen geben, es solle herkommen.) [→ Siehe Bemerkung über Identität]

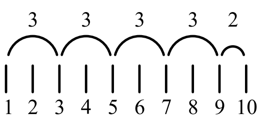
RFM I & 107[1] Die Sätze der Logik sind 'Denkgesetze', 'weil sie das Wesen des menschlichen Denkens zum Ausdruck bringen' – richtiger aber: weil sie das Wesen, die Technik (Watson), des Denkens zum Ausdruck bringen, oder zeigen. Sie zeigen, was das Denken ist, und auch Arten des Denkens.

RFM I & 108[1] Die Logik – kann man sagen – zeigt, was wir unter "Satz" und unter "Sprache" verstehen. –

RFM I & 109[1] Denk Dir diese seltsame Möglichkeit: Wir hätten uns bisher immer in der Multiplikation 12×12 verrechnet. Ja, es ist unbegreiflich, wie das geschehen konnte, aber es ist geschehen. Also ist alles falsch, was man so ausgerechnet hat! − − Aber was macht das? Es macht ja garnichts! – Dann muß also etwas falsch sein in unsrer Idee von Wahrheit und Falschheit der mathematischen Sätze.

RFM I & 110[1] 265 Aber ist es denn unmöglich, daß ich mich in der Rechnung geirrt habe? Und wie, wenn mich ein Teufelchen irrt, so daß ich irgend etwas immer wieder übersehe, so oft ich auch, Schritt für Schritt nachrechne. Sodaß, wenn ich aus der Verhexung erwachte, ich sagen würde: “ja, war ich denn blind!” – Aber welchen Unterschied macht es, wenn ich dies ‘annehme’? Ich könnte dann sagen: “Ja ja, die Rechnung ist gewiß falsch – aber so rechne ich. Und das nenne ich nun addieren, und diese Zahl die Summe dieser beiden.”

RFM I & 110[2] 266 Denke, jemand würde so behext, daß er rechnete:



also $4 \times 3 + 2 = 10$

Nun soll er seine Rechnung anwenden. Er nimmt viermal 3 Nüsse und noch 2, und verteilt sie unter 10 Leute; und jeder erhält *eine* Nuß: denn er teilt sie, den Bögen der Rechnung entsprechend, aus und so oft er Einem eine zweite Nuß gibt, ist sie verschwunden.

RFM I & 110[3] & 111[1]

267 Man könnte auch sagen; Du schreitest in dem Beweis von Satz zu Satz; aber läßt Du Dir denn auch eine Kontrolle dafür gefallen, daß Du richtig gegangen bist? – Oder sagst Du bloß, “Es *muß* stimmen” und mißt alles andere mit dem Satz, den Du erhältst?

RFM I & 111[2]

268 Denn, wenn es *so* ist, dann schreitest Du nur von Bild zu Bild.

RFM I & 111[3]

269 Es könnte praktisch sein, mit einem Maßstab zu messen, der die Eigenschaft hat, sich auf etwa die Hälfte seiner Länge zusammen zu ziehen, wenn er aus diesem Raum in jenen gebracht wird. Eine Eigenschaft, die ihn unter andern Verhältnissen zum Maßstab untauglich machen würde. Es könnte praktisch sein, beim Abzählen einer Menge, unter gewissen Umständen, Ziffern auszulassen; sie abzuzählen: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10.

RFM I & 112[1] & 113[1]

281˙1 [271] Was geht da vor, wenn Einer versucht, eine Figur mit ihrem Spiegelbild durch Verschieben in der Ebene zur Deckung zu bringen und es ihm nicht gelingt? Er legt sie in verschiedener Weise aufeinander, blickt auf die Teile, die sich nicht decken, ist unbefriedigt, sagt etwa: "es *muß* doch gehen", und legt die Figuren wieder anders zusammen. Was geht vor, wenn Einer versucht ein Gewicht aufzuheben und es ihm nicht gelingt, weil das Gewicht zu schwer ist? Er nimmt die und die Stellung ein, faßt das Gewicht an und spannt die und die Muskeln an, dann läßt er es los und gibt etwa Zeichen der Unbefriedigung. Worin zeigt sich die geometrische, logische, Unmöglichkeit der ersten *Aufgabe*? "Nun er hätte doch an einem Bild oder in andrer Weise zeigen können, wie das aussieht, was er im zweiten Versuch anstrebt." Aber er behauptet, das auch im ersten Fall zu können, indem er zwei gleiche, *kongruente*, Figuren miteinander zur Deckung bringt. – Was sollen wir nun sagen? Daß diese beiden Fälle eben verschieden sind? Aber so sind ja auch Bild und Wirklichkeit im zweiten Fall.

RFM I & 114[1]

281˙2 Was wir liefern, sind eigentlich Bemerkungen zur Naturgeschichte des Menschen; aber nicht kuriose Beiträge, sondern Feststellungen von Fakten, an denen niemand gezweifelt hat, und die dem Bemerktwerden nur entgehen, weil sie sich ständig vor unsern Augen herumtreiben.

RFM I & 115[1] & 116[1]

252 Wir lehren jemand eine Methode, Nüsse unter Leute zu verteilen; ein Teil dieser Methode ist das Multiplizieren zweier Zahlen im Dezimalsystem. Wir lehren jemand ein Haus errichten; dabei auch, wie er sich die genügenden Mengen von Material, etwa Brettern, anschaffen soll, hiezu eine Technik des Rechnens. Die Technik des Rechnens ist ein Teil der Technik des Hausbaues. Leute verkaufen und kaufen Scheitholz; die Stöße werden mit einem Maßstab gemessen, die Maßzahlen der Länge, Breite, Höhe multipliziert, und was dabei herauskommt, ist die Zahl der Groschen, die sie zu fordern und zu geben haben. Sie wissen nicht, 'warum' dies so geschieht, sondern sie machen es einfach so: so wird es gemacht. – Rechnen diese Leute nicht?

RFM I & 116[2]

253 Wer so rechnet, muß er einen 'arithmetischen *Satz*' aussprechen? Wir lehren freilich die Kinder das Einmaleins in Form von *Sätzchen*, aber ist das wesentlich? Warum sollten sie nicht einfach: *rechnen lernen*? Und wenn sie es können, haben sie nicht Arithmetik gelernt?

RFM I & 116[3]

254 Aber in welchem Verhältnis steht dann die *Begründung* eines Rechenvorgangs zu der Rechnung selbst?

RFM I & 116[4]

255 "Ja, ich verstehe, daß dieser Satz aus diesem folgt." – Verstehe ich, *warum* er folgt, oder verstehe ich nur, *daß* er folgt?

RFM I & 116[5]

256 Wie, wenn ich gesagt hätte: Jene Leute zahlen für's Holz *auf Grund der Rechnung*; sie lassen sich die Rechnung als Beweis dafür gefallen, daß sie soviel zu zahlen haben. – Nun, es ist einfach eine Beschreibung ihres Vorgehens (Benehmens).

RFM I & 117[1]

258 Jene Leute – würden wir sagen – verkaufen das Holz nach dem Kubikmaß – – aber haben sie darin recht? Wäre es nicht richtiger, es nach dem Gewicht zu verkaufen – oder nach der Arbeitszeit des Fällens – oder nach der Mühe des Fällens, gemessen am Alter und an der Stärke des Holzfällers? Und warum sollten sie es nicht für einen Preis hergeben, der von alledem unabhängig ist: jeder Käufer zahlt ein und dasselbe, wieviel immer er nimmt (man hat gefunden, daß man so leben kann). Und ist etwas dagegen zu sagen, daß man das Holz einfach verschenkt?

RFM I & 117[2] & 118[1]

259 Gut; aber wie, wenn sie das Holz in Stöße von beliebigen, verschiedenen Höhen schlichteten und es dann zu einem Preis proportional der Grundfläche der Stöße verkauften? Und wie, wenn sie dies sogar mit den Worten begründeten: “Ja, wer mehr Holz kauft, muß auch mehr zahlen.”

RFM I & 118[2]

260 Wie könnte ich ihnen nun zeigen, daß – wie ich sagen würde – der nicht wirklich mehr Holz kauft, der einen Stoß von größerer Grundfläche kauft? – Ich würde z.B. einen, nach ihren Begriffen, kleinen Stoß nehmen und ihn durch Umlegen der Scheiter in einen ‘großen’ verwandeln. Das *könnte* sie überzeugen – vielleicht aber würden sie sagen: “ja, jetzt ist es *viel* Holz und kostet mehr” – und damit wäre es Schluß. – Wir würden in diesem Falle wohl sagen: sie meinen mit “viel Holz” und “wenig Holz” einfach nicht das Gleiche, wie wir; und sie haben ein ganz anderes System der Bezahlung, als wir.

RFM I & 118[3] **261** Frege sagt im Vorwort der Grundgesetze der Arithmetik: "····. hier haben wir eine bisher unbekannte Art der Verrücktheit" – aber er hat nie angegeben, wie diese 'Verrücktheit' wirklich aussehen würde.

RFM I & 118[4] **262** (Eine Gesellschaft, die so handelt, würde uns vielleicht an die "Klugen Leute" in dem Märchen erinnern.) [→ [Der Satz S. 173 "Die Logik ····." könnte vielleicht hierher kommen]]

RFM I & 119[1] **263** Worin besteht die Übereinstimmung der Menschen bezüglich der Anerkennung einer Struktur als der eines Beweises? Darin. daß sie Worte als *Sprache* gebrauchen? Als das, was wir "Sprache" nennen. Denke Dir Menschen, die Geld im Verkehr gebrauchten, nämlich Münzen, die so aussehen wie unsere Münzen, aus Gold oder Silber sind und geprägt; und sie geben sie auch für Waren her – – aber jeder gibt für die Waren, was ihm gerade gefällt und der Kaufmann gibt dem Kunden nicht mehr, oder weniger, je nachdem er bezahlt; kurz, dies Geld, oder was so aussieht, spielt bei ihnen eine ganz andere Rolle als bei uns. Wir würden uns diesen Leuten viel weniger verwandt fühlen, als solchen, die noch gar kein Geld kennen und eine primitive Art des Tauschhandels treiben. – "Aber die Münzen dieser Leute werden doch auch einen Zweck haben!" – Hat denn alles, was man tut, einen Zweck? Etwa religiöse Handlungen –. Es ist schon möglich, daß wir geneigt wären, Menschen, die sich so benehmen, Verrückte zu nennen. Aber doch nennen wir nicht alle die Verrückte, die in den Formen unserer Kultur ähnlich handeln, Worte 'zwecklos' verwenden. (Denke an die Krönung eines Königs!)

RFM I & 120[1] & 121[1]

264? ? Zum Beweis gehört Übersichtlichkeit. Wäre der Prozeß, durch den ich das Resultat erhalte, unübersehbar, so könnte ich zwar das Ergebnis, daß diese Zahl herauskommt, vermerken – welche Tatsache aber soll es mir bestätigen? ich weiß nicht: 'was herauskommen *soll*'.

RFM I & 122[1]

228 Wäre es möglich, daß Leute heute eine unsrer Berechnungen durchgingen und von den Schlüssen befriedigt wären, morgen aber ganz andere Schlüsse ziehen wollen, und einen andern Tag wieder andere? Ja, kann man sich nicht denken, daß dies mit einer *Gesetzmäßigkeit* so geschähe; daß, wenn er einmal *diesen* Übergang macht, er '*eben darum*' das nächste Mal einen andern macht, und darum (etwa) das nächste Mal wieder den ersten? (Ähnlich, wie wenn in einer Sprache die Farbe, die einmal "rot" genannt wird, darum beim nächsten Male anders genannt würde und beim übernächsten wieder "rot", u.s.f.; dies könnte Menschen so natürlich sein. Man könnte es ein Bedürfnis nach Abwechslung nennen.) Sind unsere Schlußgesetze ewig & unveränderlich?

RFM I & 124[1] & 125[1]

229 Ist es nicht so: Solange man denkt, es kann nicht anders sein, zieht man logische Schlüsse. Das heißt wohl: solange *das und das gar nicht in Frage gezogen wird*. Die Schritte, welche man nicht in Frage zieht, sind logische Schlüsse. Aber man zieht sie nicht darum *nicht* in Frage, weil sie 'sicher der Wahrheit entsprechen' – oder dergl. – sondern, dies ist eben, was man 'Denken', 'Sprechen', 'Schließen', 'Argumentieren', nennt. Es handelt sich hier garnicht um irgendeine Entsprechung des Gesagten mit der Realität; vielmehr ist die Logik *vor* einer solchen Entsprechung; nämlich in dem Sinne, in welchem die Festlegung der Meßmethode *vor* der Richtigkeit oder Falschheit einer Längenangabe ist.

[→ *Siehe S. 173*

Ist die Maßeinheit willkürlich

> *3 Bemerkungen Bd. XIII auch Bd. XII / S. 133/3*]

RFM I & 126[1]

216 Wird es nun experimentell festgestellt, ob sich ein Satz aus dem andern ableiten läßt? – Es scheint, ja! Denn ich schreibe gewisse Zeichenfolgen hin, richte mich dabei nach gewissen Paradigmen – dabei ist es allerdings wesentlich, daß ich kein Zeichen übersehe, oder daß es sonstwie abhanden kommt – und was bei diesem Vorgang entsteht, davon sage ich, es folge. − − Dagegen ist ein Argument dies: Wenn 2 und 2 Äpfel nur 3 Äpfel geben, d.h., wenn 3 Äpfel daliegen, nachdem ich zwei und wieder zwei hingelegt habe, sage ich nun nicht: "2 + 2 ist also doch nicht immer 4"; sondern: "Einer muß irgendwie weggekommen sein".

RFM I & 126[2] **217** Aber inwiefern mache ich ein Experiment, wenn ich dem schon hingeschriebenen Beweis nur *folge*? Man könnte sagen: “Wenn Du diese Kette von Umformungen ansiehst, – *kommt* es *Dir nicht auch so vor, als stimmten sie* mit den Paradigmen?”

RFM I & 127[1] **218** Wenn das also ein Experiment genannt werden soll, dann wohl ein psychologisches. – Der Anschein des Stimmens kann ja auf einer Sinnestäuschung beruhen. Und so ist es ja auch manchmal, wenn wir uns verrechnen. Man sagt auch: “Das kommt mir heraus.” Und es ist doch wohl ein Experiment, das zeigt, daß dies *mir* herauskommt.

RFM I & 127[2] **219 ?** Man könnte sagen: Das Resultat des Experiments ist dies, daß ich, am Ende, beim Resultat des Beweises angelangt, mit Überzeugung sage: “Ja, es stimmt.”

RFM I & 128[1] & 129[1] **227** Ist eine Berechnung ein Experiment? – Ist es ein Experiment, wenn ich morgens aus dem Bett steige? Aber könnte dies nicht ein Experiment sein, – welches zeigen soll, ob ich nach so und soviel Stunden Schlafes die Kraft habe, mich zu erheben? Und was fehlt dieser Handlung dazu, dies Experiment zu sein? – Bloß, daß sie nicht zu diesem Zwecke, d.h., in der Verbindung mit einer solchen Untersuchung ausgeführt wird. *Experiment* ist etwas durch den Gebrauch, der davon gemacht wird.

RFM I & 130[1] Ist ein Experiment, in welchem wir die Beschleunigung beim freien Fall beobachten, ein physikalisches Experiment, oder ist es ein psychologisches, das zeigt, was Menschen, unter solchen Umständen, sehen? − − Kann es nicht beides sein? Hängt das nicht von seiner *Umgebung* ab: von dem, was wir damit machen, darüber sagen?

RFM I & 131[1] & 132[1]

231 Wenn man einen Beweis als Experiment auffaßt, so ist das Resultat des Experiments jedenfalls nicht das, was man das Resultat des Beweises nennt. Das Resultat der Rechnung ist der Satz, mit welchem sie abschließt; das Resultat des Experiments ist: daß ich von diesen Sätzen durch diese Regeln zu diesem Satz geführt wurde.

RFM I & 132[2]

232 Aber nicht daran haftet unser Interesse, daß die und die (oder alle) Menschen von diesen Regeln so geleitet worden sind (oder so gegangen sind); es gilt uns als selbstverständlich, daß die Menschen – ‘wenn sie richtig denken können’ – *so* gehen. Wir haben jetzt aber einen *Weg* erhalten, sozusagen durch die Fußstapfen derer, die so gegangen sind. Und auf diesem Weg geht nun der Verkehr vor sich – zu verschiedenen Zwecken.

RFM I & 133[1]

Erfahrung lehrt mich freilich, wie die Rechnung ausgeht; aber damit erkenne ich sie noch nicht an.

RFM I & 133[2]

Die Erfahrung hat mich gelehrt, daß das diesmal herausgekommen ist, daß es für gewöhnlich herauskommt; aber sagt das der Satz der Mathematik? Die Erfahrung hat mich gelehrt, daß ich diesen Weg gegangen bin. Aber ist *das* die mathematische Aussage? – Was sagt er aber? In welchem Verhältnis steht er zu diesen Erfahrungssätzen? Der mathematische Satz hat die Würde einer Regel. *Das* ist wahr daran, daß Mathematik Logik ist: sie bewegt sich in den Regeln unsrer Sprache. Und das gibt ihr ihre besondere Festigkeit, ihre abgesonderte und unangreifbare Stellung.

Mathematik unter den Urmaßen niedergelegt

RFM I & 133[3] & 134[1]

Aber wie –, dreht sie sich in diesen Regeln *hin* und *her*? – Sie schafft neue und neue Regeln: baut immer neue Straßen des Verkehrs; indem sie das Netz der alten weiterbaut.

RFM I & 134[3]

Aber bedarf sie denn dazu nicht einer Sanktion? Kann sie das Netz denn *beliebig* weiterführen? Nun, ich könnte ja sagen: der Mathematiker erfindet immer neue Darstellungsformen. Die einen, angeregt durch praktische Bedürfnisse, andre aus ästhetischen Bedürfnissen, und noch mancherlei anderen. Und denke Dir hier einen Gartenarchitekten, der Wege für eine Gartenanlage entwirft; es kann wohl sein, daß er sie bloß als ornamentale Bänder auf dem Reißbrett zieht und garnicht daran denkt, daß jemand je auf ihnen gehen wird.

RFM I & 134[4]

Der Mathematiker ist ein Erfinder, kein Entdecker.

RFM I & 134[5] & 135[1]

Erfahrung lehrt, daß beim Auszählen, wenn wir die Finger einer Hand brauchen, oder irgend eine Gruppe von Dingen, die so | | | | | ausschaut, und an ihnen abzählen: Ich, Du, Ich, Du, etc. das erste Wort auch das letzte ist. “Aber *muß* es denn nicht so sein?” − − Ist es denn so unvorstellbar, daß Einer die Gruppe | | | | | (z.B.) als Gruppe | | || | | sieht, in der die beiden Mittelstriche verschmolzen sind und dementsprechend den Mittelstrich zweimal zählt. (Ja, das Gewöhnliche ist es nicht. –)

RFM I & 135[2]

Wie aber ist es, wenn ich Einen erst darauf aufmerksam mache, daß das Ergebnis des Auszählens durch den Anfang vorausbestimmt ist, und er es nun versteht und sagt: “Ja freilich, – es muß ja so sein!” Was ist das für eine Erkenntnis? – Er hat sich etwa das Schema aufgezeichnet:

$\boxed{?}$

Und sein Raisonnement wäre etwa: “Es ist doch *so*, wenn ich auszähle. – Also muß · · · · · ·”

RFM I App I & 136[1] Könnte ich nicht sagen, zwei Wörter – schreiben wir sie “non” und “ne” – hätten dieselbe Bedeutung, sie seien beide Verneinungszeichen– aber

non non p = p

und

ne ne p = ne p?

(In den Wortsprachen bedeutet eine doppelte Verneinung sehr oft eine Verneinung.) Warum nenne ich dann aber beide “Verneinungen”? Was haben sie miteinander gemein? Nun, es ist klar, ein großer Teil ihrer Verwendung ist ihnen gemeinsam. Das löst aber unser Problem noch nicht. Denn wir möchten doch sagen: Auch, daß die doppelte Verneinung eine Bejahung ist, muß für beide stimmen, wenn wir nur die Verdoppelung entsprechend auffassen. Aber *wie*? – Nun so, wie es z.B. durch Klammern ausgedrückt werden kann.

(ne ne) p = ne p, ne (ne p) = p

Wir denken gleich an einen analogen Fall der Geometrie: “Zwei halbe Drehungen addiert heben einander auf”, “Zwei halbe Drehungen addiert sind eine halbe Drehung”.

[Figuren]

I II

Es kommt eben darauf an, wie wir sie addieren

RFM I App I & 137[1] (Wir stoßen hier auf eine merkwürdige (und charakteristische) Erscheinung in philosophischen Untersuchungen: Die Schwierigkeit – könnte ich sagen – ist nicht, die Lösung zu finden, sondern, etwas als die Lösung anzuerkennen, was aussieht, als wäre es erst eine Vorstufe zu ihr. Wir haben schon alles gesagt. – Nicht etwas, was daraus folgt, sondern eben *das* ist die Lösung! Das hängt, glaube ich, damit zusammen, daß wir fälschlich eine Erklärung erwarten; während eine Beschreibung die Lösung der Schwierigkeit ist, wenn wir sie richtig in unsere Betrachtung einordnen. Wenn wir bei ihr verweilen und nicht versuchen, über sie hinauszukommen.)

RFM I App I & 137[2] & 138[1] "Das ist bereits alles, was sich darüber sagen läßt." –

"non non p" als Verneinung des verneinten Satzes *auffassen*, das ist im besonderen Fall etwa: eine Erklärung der Art "non non p = non (non p)" geben. ?§ ⋎ "Wenn 'ne' eine Verneinung ist, so muß 'ne ne p', wenn es nur entsprechend aufgefaßt wird, gleich p sein." "Wenn man 'ne ne p' als Negation von p nimmt, muß man die Verdoppelung anders auffassen." Man möchte sagen: "'Verdoppelung' *heißt* dann etwas anderes, *darum* ergibt sie jetzt eine Verneinung", also: daß sie jetzt eine Verneinung ergibt ist die Folge ihrer anderen Bedeutung. "Ich meine sie jetzt als Verstärkung", würde man sagen. Wir setzen statt der Meinung den Ausdruck der Meinung. Richte Deinen Blick auf den Ausdruck der Meinung

[→ Siehe № 60]

RFM I App I & 138[2]

Worin mag das gelegen haben, als ich die doppelte Verneinung sagte, daß ich sie als Verstärkung meinte? Die Verdoppelung als Aufhebung meinen, war z.B. die Klammern zu setzen. – "Ja, aber diese Klammern selbst können doch verschiedene Rollen spielen; denn wer sagt, daß sie in 'non (non p)' im gewöhnlichen Sinn als Klammern aufzufassen seien und nicht z.B. die erste als Trennungsstrich zwischen den beiden 'non', die zweite als Schlußpunkt des Satzes?" – Niemand sagt es. Und Du hast ja Deine Auffassung jetzt wieder durch Worte ersetzt. Was die Klammern bedeuten, wird sich in ihrem Gebrauch zeigen und, in anderm Sinn, liegt es etwa im Rhythmus des Gesichtseindrucks von 'non (non-p)'.

RFM I App I & 138[3] & 139[1]

Soll ich nun sagen: die Bedeutungen von “non” und “ne” seien *etwas* verschieden? Sie seien verschiedene Abarten der Verneinung? – Das würde niemand sagen. Denn, würde man einwenden, heißt dann “geh nicht in dieses Zimmer!” vielleicht nicht genau dasselbe wie gewöhnlich, wenn wir die Regel aufstellen “nicht nicht” solle als Verneinung gebraucht werden? – Dagegen aber möchte man einwenden: “Wenn die beiden Sätze ‘ne P’ und ‘non P’ ganz dasselbe sagen, wie kann dann ‘ne ne’ nicht dasselbe bedeuten wie ‘non non’?” Aber hier setzen wir eben einen Symbolismus voraus – d.h., nehmen ihn zum Vorbild – in welchem aus ‘ne p = non p’ folgt, daß die beiden Wörter in allen Fällen gleich verwendet werden. Die Drehung um 180° und die Verneinung sind im besonderen Fall tatsächlich dasselbe, und die Anwendung des Satzes ‘non non p = p’ von der Art der Anwendung einer bestimmten Geometrie.

RFM I App I & 139[2]

Denken wir, ich fragte: Zeigt es sich uns klar, wenn wir die Sätze aussprechen “dieser Stab ist 1 m lang” und “hier steht 1 Soldat”, daß wir mit ‘1’ verschiedenes meinen, daß ‘1’ verschiedene Bedeutungen hat? – Es zeigt sich uns garnicht. Besonders, wenn wir einen Satz sagen wie: “Auf je 1 m steht 1 Soldat, auf 2 m 2 Soldaten u.s.w.”. Gefragt, “Meinst Du dasselbe mit den beiden Einsern”, würde man etwa antworten: “freilich meine ich dasselbe: – ***eins***!” (wobei man etwa einen Finger in die Höhe hebt).

RFM I App I & 139[3] & 140[1] Was meint man damit: 'ne ne p', auch wenn es nach dem Übereinkommen 'ne p' bedeutet, *könnte* auch als aufgehobene Verneinung gebraucht werden? – Man möchte sagen: "'ne', mit der Bedeutung, die wir ihm gegeben haben, könnte sich selbst aufheben, wenn wir es nur richtig applizieren." Was meint man damit? (Die beiden halben Drehungen in der gleichen Richtung könnten einander aufheben, wenn sie entsprechend zusammengesetzt würden.) "Die *Bewegung* der Verneinung 'ne' kann sich selbst aufheben". Aber wo ist diese Bewegung? Man möchte natürlich von einer geistigen Bewegung der Verneinung reden, zu deren Ausführung das Zeichen 'ne' nur das Signal gibt.

RFM I App I & 140[2] Wir können uns (leicht) Menschen mit einer 'primitiveren' Logik denken, in der es etwas unserer Verneinung Entsprechendes nur für gewisse Sätze gibt; für solche etwa, die keine Verneinung enthalten. In der Sprache dieser Menschen könnte man dann einen Satz wie "Er geht in dieses Haus" verneinen; sie würden aber eine Verdoppelung der Verneinung als bloße Wiederholung, nie als Aufhebung der Verneinung verstehen.

RFM I App I & 140[3] Die Frage, ob für diese Menschen die Verneinung dieselbe Bedeutung hat, wie für uns, wäre dann analog der, ob die Ziffer '2' für Menschen, deren Zahlenreihe mit 5 endigt dasselbe bedeutet wie für uns.

[→ ⋎ *§2 S. 258*]

RFM I App I & 140[5] & 141[1] Wer "~~p = p" (oder auch "~~p ≡ p") einen "notwendigen Satz der Logik" nennt (nicht, eine Bestimmung über die von uns angenommene Darstellungsart) der hat auch die Tendenz zu sagen, dieser Satz gehe aus der Bedeutung der Verneinung hervor. Wenn in einer dialektischen Redeweise die doppelte Verneinung als Verneinung gebraucht wird, wie in "er hat nirgends nichts gefunden", so sind wir geneigt zu sagen: *eigentlich* heiße das, er habe überall etwas gefunden. Überlegen wir, was dieses "eigentlich" heißt! –

RFM I App I & 141[2] Angenommen, wir hätten zwei Systeme der Längenmessung; eine Länge wird in beiden durch ein Zahlzeichen ausgedrückt, diesem folgt ein Wort, welches das Maßsystem angibt. Das eine System bezeichnet eine Länge als "n Fuß" und Fuß ist eine Längeneinheit im gewöhnlichen Sinne; im andern System wird eine Länge mit "n W" bezeichnet und

1 Fuß = 1 W.

Aber: 2 W = 4 Fuß, 3 W = 9 Fuß, usw. – Also heißt der Satz "dieser Stock ist 1 W lang" dasselbe wie, "dieser Stock ist 1 Fuß lang". Frage: Hat in diesen beiden Sätzen "W" und "Fuß" dieselbe Bedeutung? Die Frage sollte lauten: "Ist W = Fuß?" Nun wir sagten ja · · · · · ·

RFM I App I & 141[3] & 142[1]

Die Frage ist falsch gestellt. Das sieht man, wenn wir Bedeutungsgleichheit durch eine Gleichung ausdrücken. Die Frage kann dann nur lauten: “Ist W = Fuß, oder nicht?” – Die Sätze, in denen diese Zeichen stehen, verschwinden in dieser Betrachtung. – Ebensowenig kann man natürlich in dieser Terminologie fragen, ob “ist” das gleiche bedeutet wie “ist”; wohl aber, ob “ε” das gleiche bedeutet wie “ = ”. Nun, wir sagten ja: 1 Fuß = 1 W, aber Fuß $\neq$ W.

RFM I App I & 142[2]

Hat nun “ne” dieselbe Bedeutung wie “non”? – Kann ich “ne” statt “non” setzen? – “Nun, an gewissen Stellen wohl, an andern nicht.” – Aber danach fragte ich nicht. Meine Frage war: kann man, ohne weitere Qualifikation “ne” statt “non” gebrauchen? – Nein.

RFM I App I & 142[3]

“‘ne’ und ‘non’ heißen in *diesem* Fall genau dasselbe.” – Und zwar *was*? – “Nun, man solle das und das *nicht* tun.” – Aber damit hast Du nur gesagt, daß in diesem Fall ne p = non p ist und das leugnen wir nicht. Wenn Du erklärst ne ne p = ne p, non non p = p, so gebrauchst Du die beiden Wörter eben in verschiedener Weise; und hält man dann an der Auffassung fest, daß, was sie in gewissen Kombinationen ergeben, von ihrer Bedeutung ‘abhängt’, der Bedeutung, die sie mit sich herumtragen, dann muß man also sagen, sie müssen verschiedene Bedeutungen haben, wenn sie, auf gleiche Weise zusammengesetzt, verschiedene Resultate ergeben können.

RFM I App I & 142[4] & 143[1]

Man möchte etwa von der *Funktion*, der Tätigkeit, Wirkungsweise des Wortes in diesem Satz reden wie von der Funktion eines Hebels in einer Maschine. Aber worin besteht diese Funktion? Wie tritt sie zutage? Denn es ist ja nichts verborgen! wir sehen ja den ganzen Satz. Die Funktion muß sich im Laufe des Kalküls zeigen. Man will aber sagen: "'non' *tut* dasselbe mit 'p', was 'ne' tut: es kehrt ihn um". Aber das sind nur andere Worte für: "non p = ne p". Immer wieder der Gedanke, das Bild daß, was wir vom Zeichen sehen, nur eine Außenseite zu einem Innern ist, worin sich die eigentlichen Prozesse des Sinnes und der Bedeutung abspielen.

RFM I App I & 143[2]

Wenn aber der Gebrauch der Zeichen seine Bedeutung ist ... Ist es nun nicht merkwürdig, daß ich sage, das Wort "ist" werde in zwei verschiedenen Bedeutungen (als 'ε' und ' = ') gebraucht, und nicht sagen möchte, seine Bedeutung sei sein Gebrauch als Man möchte sagen, diese beiden Arten des Gebrauchs geben nicht *eine* Bedeutung; die Personalunion durch das gleiche Wort sei ein unwesentlicher Zufall.

RFM I App I & 143[3] & 144[1]

Aber wie kann ich entscheiden, welches ein wesentlicher und welches ein unwesentlicher, zufälliger Zug der Notation ist? Liegt denn eine Realität hinter der Notation, nach der sich ihre Grammatik richtet? Denken wir an einen ähnlichen Fall im Spiel: Im Damespiel wird eine Dame dadurch gekennzeichnet, daß man zwei Spielsteine aufeinanderlegt. Wird man nun nicht sagen, es sei für das Spiel unwesentlich, daß eine Dame aus zwei Steinen besteht?

RFM I App I & 144[2]

Sagen wir: die Bedeutung eines Steines (einer Figur) ist ihre Rolle im Spiel. – Nun werde vor Beginn jeder Schachpartie durch das Los entschieden, welcher der Spieler Weiß erhält. Dazu halte der eine Spieler in jeder geschlossenen Hand einen Schachkönig und der andere wähle auf gut Glück eine der beiden Hände. Wird man es nun zur Rolle des Königs im Schachspiel rechnen, daß er beim Auslosen verwendet wird?

RFM I App I & 144[3]

Ich bin also geneigt auch im Spiel zwischen wesentlichen und unwesentlichen Regeln zu unterscheiden. Das Spiel, möchte ich sagen, hat nicht nur Regeln, sondern auch einen Witz.

RFM I App I & 144[4]

Wozu das gleiche Wort? Wir machen ja im Kalkül keinen Gebrauch von dieser Gleichheit! Wozu für Beides die gleichen Steine? – Aber was heißt es hier "von der Gleichheit Gebrauch machen"? Ist es denn nicht ein Gebrauch, wenn wir eben das gleiche Wort gebrauchen?

RFM I App I & 144[5] & 145[1]

Hier scheint es nun, als hätte der Gebrauch des gleichen Worts, des gleichen Steines, einen *Zweck* – wenn die Gleichheit nicht zufällig, unwesentlich, ist. Und als sei der Zweck, daß man den Stein wiedererkennen, und wissen könne, wie man zu spielen hat. Ist da von einer physikalischen oder einer logischen Möglichkeit die Rede? Wenn das Letztere, so gehört eben die Gleichheit der Steine zum Spiel.

RFM I App I & 145[2] Das Spiel soll doch durch die Regeln bestimmt sein! Wenn also eine Spielregel vorschreibt, daß zum Auslosen vor der Schachpartie die Könige zu nehmen sind, so gehört das, wesentlich, zum Spiel. Was könnte man dagegen einwenden? Daß man den Witz dieser Vorschrift nicht einsehe. Etwa, wie man auch den Witz einer Vorschrift nicht einsähe, jeden Stein dreimal umzudrehen, ehe man mit ihm zieht. Fänden wir diese Regel in einem Brettspiel, so würden wir uns wundern, und Vermutungen über den Zweck so einer Regel anstellen. ("Sollte diese Vorschrift verhindern, daß man ohne Überlegung zieht?")

RFM I App I & 145[3] "Wenn ich den Charakter des Spiels richtig verstehe", könnte ich sagen, "so gehört das nicht wesentlich dazu".

RFM I App I & 145[4] Denken wir uns aber die beiden Ämter in einer Person vereinigt als ein altes Herkommen.

RFM I App I & 145[5] & 146[1] Man sagt: der Gebrauch des gleichen Wortes ist *hier* unwesentlich, weil die Gleichheit keine Übergänge überbrückt. Aber damit beschreibt man nur den Charakter des Spiels, welches man spielen will.

RFM I App I & 147[1] "Was bedeutet das Wort 'a' im Satz F(a)'"? "Was bedeutet das Wort a im Satze Fa den Du soeben ausgesprochen hast?" "Was bedeutet das Wort · · · · in diesem Satz?"

RFM I & 148[1] & 149[1] (Damit hängt zusammen: Wir möchten manchmal sagen, "es muß doch einen Grund haben, warum auf dieses Thema – in einem Sonatensatz etwa – gerade *das* Thema folgt". Als Grund würden wir eine gewisse Beziehung der beiden Themen, eine Verwandtschaft, einen Gegensatz, oder dergleichen, anerkennen. – Aber wir können ja eine solche Beziehung konstruieren: sozusagen eine Operation, die das eine Thema aus dem andern erzeugt; aber damit ist uns nur gedient, wenn diese Beziehung eine uns wohlbekannte ist. Es ist also, als müßte die Folge dieser Themen einem in uns schon vorhandenen Paradigma entsprechen. Von einem Gemälde, das zwei menschliche Gestalten zeigt, könnte man ähnlich sagen: "Es muß einen Grund haben, warum gerade *diese* zwei Gesichter uns einen solchen Eindruck machen." Wir möchten – heißt das – diesen Eindruck der beiden Gesichter wo anders wieder finden – in einem anderen Gebiet. – Aber ob er wieder zu finden ist? Man könnte auch fragen: Welche Zusammenstellung von Themen hat eine *Pointe*, welche *keine*? Oder: *Warum* hat diese Zusammenstellung eine Pointe und *die* keine? Das mag nicht leicht zu sagen sein! Oft können wir sagen: "Diese entspricht einer Geste, diese nicht.")