

Wittgenstein's Writings

Ts-215b



Ts-215b

Ludwig
Wittgenstein

PR &
13[1]

Unendliche Möglichkeit.

PR & Verschiedene Verwendung des Wortes "können" in den Sätzen:
14[1] & "in dieser Richtung können 3 Dinge liegen" und "in dieser
15[1] & Richtung können unendlich viele Dingen liegen". Welchen
16[1] Sinn, d.h. welche Grammatik, könnte nun so eine Ausdrucks-
weise haben? Man könnte z.B. sagen: "in der natürlichen Zah-
lenreihe 1, 2, 3, 4, ... können auf die "1" unendlich viele Ziffern
folgen"; das heißt dasselbe wie: "die Operation + 1 darf immer
wieder (oder: ohne Ende) gebraucht werden. Wenn also z.B.
Einer nach der Ziffer 100 die Ziffer 100 + 1 anschreibt, so hat er
nach jener Regel das Recht dazu. Dagegen hat es hier keinen
Sinn, zu sagen: "wenn es erlaubt ist unendlich viele Ziffern hin-
zuschreiben, so schreiben wir unendlich viele Ziffern hin (oder
versuchen es)!" – Ich würde den, der das sagt, darauf hinwei-
sen, daß "unendlichviele" nicht als Zahlwort gebraucht ist; daß
es nicht in die Form "ich schreibe n Ziffern" statt dem n einge-
setzt werden darf. Daß also, was ich erlaube, nicht ist, *eine* be-
stimmte Anzahl von Ziffern hinzuschreiben (nämlich eine An-
zahl, die etwa "unendlichviele" hieße, denn so habe ich keine
der Ziffern genannt), sondern: daß man in dem Anschreiben
von Ziffern nach der gegebenen Regel soweit gehen darf, als
man will, wie weit das auch sein mag. Ich darf dann natürlich
auch nicht sagen: "ich kann in dem Anschreiben der Ziffern
soweit gehn, als ich will, aber nicht bis zur Anzahl Unendlich",
weil ja von so einer Ziffer "unendlich" *gar keine Rede ist* (da ich
keine solche eingeführt habe). "Es können ... unendlich viele
Ziffern folgen" könnte also besser gesagt werden: "Es können
... unendlich Ziffern folgen". "Unendlich" wird hier also adver-
bial gebraucht. Analog, wenn ich sage, eine Division erzeugt
einen unendlichen Dezimalbruch, so gibt es nicht *ein* Resultat

der Division, das "unendlicher Dezimalbruch" heißt, in dem Sinn, in welchem die Zahl 0,142 ein Resultat von $1 : 7$ ist. Die Division liefert nicht als Endresultat *eine* Dezimalzahl, oder eine Anzahl von Dezimalzahlen – vielmehr kann man nicht von "ihrem Endresultat" reden; und sie liefert endlos Dezimalbrüche; nicht "einen endlosen Dezimalbruch". "Endlos" wird adverbial gebraucht. Denken wir uns nun folgenden Fall: Ich hätte ein besondere Art Würfel konstruiert und würde nun voraussagen: "ich werde mit diesem Würfel die Stellen von π würfeln". Diese Aussage ist von anderer Form, als die scheinbar analoge: "ich werde mit diesem Würfel die ersten 10 Stellen von π würfeln". Denn im zweiten Fall gibt es einen Satz "ich werde in einer Stunde die ersten 10 Stellen von π gewürfelt haben", während dieser Satz unsinnig (nicht falsch) wird, wenn ich in ihm statt "die ersten 10 Stellen" "die Stellen" setze. Würde ich nun sagen: "es ist möglich, mit einem Würfel unendlich oft zu würfeln", so könnte das heißen "es ist jede beliebige Anzahl von Würfeln möglich, denkbar" und nicht, es sei eine bestimmte Anzahl von Würfeln denkbar, die "unendlich" hieße. "Unendlich oft" hieße "beliebig oft", und zu sagen: "wenn Du unendlich oft würfeln kannst, so tue es", hieße: "wenn Du beliebig oft werfen kannst, so tue es". (Diener: "Und wann pflegen der Herr Baron zu speisen?" Neuer Reicher: "Ich speise, wann vornehme Herren speisen". – Diener: "Vornehme Herren speisen zu verschiedenen Zeiten". – Neuer Reicher: "So werde ich auch zu verschiedenen Zeiten speisen".) Im Satz "es ist jede beliebige Anzahl von Würfeln möglich" kann "möglich" soviel heißen wie "logisch möglich" ("denkbar") und dann ist der Satz eine Regel, kein Erfahrungssatz, und von analoger Art,

wie die Regel: "auf 1 können endlos Ziffern folgen". Wir könnten ihn aber auch als eine Art Hypothese, für welche keine Verifikation vorgesehen ist, aber eine Falsifikation, und er wäre also ein Satz von anderer Art ('Satz' in einem andern Sinne) als der Erfahrungssatz: "es sind mit diesem Würfel 3 Würfe möglich". Dieser – im Gegensatz zu der *Regel* "es sind 3 Würfe denkbar" – würde etwa sagen: "der Würfel wird nach 3 Würfungen noch brauchbar sein"; die Hypothese "es sind mit diesem Würfel unendlich viele Würfe möglich" würde sagen: "so oft man auch würfelt, dieser Würfel wird nicht abgenützt werden". Daß diese Sätze von verschiedener Art sind, sieht man sehr klar, wenn man an den unsinnigen Befehl "würfle unendlich oft" oder "würfle ad infinitum" denkt, im Gegensatz zum sinnvollen: "würfle 3mal". Denn für den Befehl ist die Kontrolle seiner Ausführung wesentlich.

PR & 16[2] & 17[1] & 18[1] Wenn wir sagen möchten, die Unendlichkeit ist eine Eigenschaft der Möglichkeit, nicht der Wirklichkeit, oder: das Wort "unendlich" gehöre immer zum Wort "möglich", und dergleichen, – so kommt das darauf hinaus, zu sagen: das Wort "unendlich" sei immer ein Teil einer *Regel*. Wir wehren uns gegen die Auffassung des Unendlichen, als einer ungeheuern Größe. (Die wir merkwürdigerweise ohne Schwierigkeit erfassen, während eine große endliche Zahl zu groß sein kann, um von uns hingeschrieben zu werden. Gleichsam, als könnten wir uns zwar durch die Reihe der endlichen Zahlen nicht durcharbeiten, aber wohl von außen herum zum Unendlichen gelangen.) Denken wir uns, wir erzählten jemandem: "gestern kaufte ich mir ein Lineal mit unendlichen Krümmungsradius". Aber hier kommt doch das Wort "unendlich" in einer Beschreibung der Wirklichkeit vor. – Aber ich kann doch nie die Erfahrung haben, die mich berechtigte zu sagen, daß das Lineal wirklich den Radius unendlich hat, da der Radius 100^{100} km es gewiß auch schon tut. – Wohl, aber dann kann ich eben auch nicht die Erfahrung haben, die mich berechtigt, zu sagen, das Lineal sei *gerade*. Und die Worte "gerade" (oder ein andermal "parallel") und "unendlich" sind im *gleichen* Fall. Ich meine: Wenn das Wort "gerade", oder "parallel", oder "längengleich", etc. etc. in einem Erfahrungssatz stehn darf, dann auch das Wort "unendlich". "Unendlich ist nur die Möglichkeit" heißt "'unendlich' ist ein Zusatz zu 'u.s.w.'". Und soweit es dies ist, gehört es in eine Regel, ein Gesetz. In die Beschreibung der Erfahrung gehört es nur soweit nicht, als man unter "Erfahrung, die einem Gesetz entspricht" eine endlose Reihe von Erfahrungen meint. – Das Wort "unendlich ist nur die Möglich-

keit, nicht die Wirklichkeit“ ist irreleitend. Man kann sagen: “unendlich ist *hier* nur die Möglichkeit“. – Und man fragt mit Recht: Was ist denn an dieser Hypothese (vom Lauf des Kometen z.B.) unendlich? ist an dieser Annahme, an diesem Gedanken, etwas ungeheuer groß?! Denken wir uns, die Fee im Märchen sagte: “Du wirst so viel Goldstücke erhalten, als Du Dir wünschst, aber Du darfst nur einmal wünschen“. – Ist ihr Versprechen nicht erfüllt, wenn ich kriege, was ich mir wünsche? Und war meine Wahl nicht unbeschränkt? Wäre der Fall nicht eine anderer gewesen, wenn sie dem Betrag eine Grenze gesetzt hätte, – wie weit immer sie sie auch gezogen hätte? Kann ich nun nicht sagen: die Freiheit, die mir die Fee gelassen hat, war unendlich? Und ist damit eine Wirklichkeit beschrieben? – Wenn nun Einer sagt: “Nein, die Freiheit der Wahl ist nur eine Möglichkeit“, so vermengt er die Aussage: daß mir die Fee eine unendliche Freiheit gelassen hat, – welche keine Regel der Grammatik ist –, mit der Regel, die mir erlaubt, in Übereinstimmung mit dem Versprechen der Fee eine beliebige Zahl von Goldstücken zu nennen. Man könnte das auch so sagen: Wenn der Begriff der Unendlichkeit in der Beschreibung der Realität angewendet wird, so ist in solchen Beschreibungen nicht von ‘unendlichen Linealen’ die Rede, sondern etwa von Linealen mit unendlichem Krümmungsradius; und nicht von ‘unendlich vielen Goldstücken’, sondern etwa von der unendlichen Freiheit, die mir Einer läßt, mir Goldstücke zu wünschen. Wenn wir sagen: “die Möglichkeit der Bildung von Dezimalstellen in der Division $1 : 3$ ist unendlich“, so stellen wir damit keine Naturtatsache fest, sondern geben eine Regel des Kalküls. Sage ich aber: “ich lasse Dir die unendliche Freiheit, so viele Stellen

zu bilden, als Du willst, ich werde Dich nicht hindern“, so stelle ich damit nicht die Regel eines Kalküls auf, sondern mache eine Vorhersage. Ja, aber doch nur als Beschreibung einer Möglichkeit“. – Nein, einer Wirklichkeit! aber *natürlich* nicht der von “unendlich vielen Stellen“; das wäre doch gerade der grammatische Fehler, den wir vermeiden müssen. Und es bleibt natürlich in diesen Erfahrungssätzen “unendlich“ die Eigenschaft einer Regel, wenn man es so ausdrücken will, und das heißt nichts anderes, als daß es auch hier durch “u.s.w. ad inf.“ wiedergegeben werden kann; und zugleich ist das auch alles, was damit gemeint ist, wenn man sagt: die Unendlichkeit sei ein Prädikat der Möglichkeit.

- 18[2] Angenommen, in einem Spiel lautete eine Spielregel: “Man schreibe einen Bruch auf, der zwischen 0 und 1 liegt“; – ist diese Regel nicht ganz verständlich? braucht hier eine Einschränkung gegeben zu werden? (oder die Regel: “Man schreibe eine Zahl auf, die größer als 100 ist“.)
- 18[3] Die Grammatik kann ihre Regeln nicht auf gut Glück allgemein *aussprechen* (d.h. sie offen lassen).
- 18[4] Denken wir uns ein Damespiel, in dem es erlaubt wäre, ein beliebig großes Brett zu verwenden, ich meine ein Brett mit einer beliebig großen Anzahl von Feldern (also 64, 81, 100 etc.). D.h. natürlich nicht “es ist erlaubt, ein Brett mit unendlich vielen Feldern zu verwenden. Wir könnten dieses Spiel nicht gut ein unendliches nennen.

- 18[5] & 19[1] Die Möglichkeit entspricht immer einer Erlaubnis in den grammatischen Spielregeln. Dem, was man unendliche Möglichkeit nennt, entspricht etwas, was man eine unendliche Erlaubnis nennen könnte. Und das ist natürlich nicht die Erlaubnis, etwas Unendliches zu tun.
- 19[2] Die unendliche Teilbarkeit besteht darin, daß jede beliebige endliche Anzahl von Teilen denkbar ist (aber keine unendliche).
- 19[3] Wenn man sagt: "der Raum ist unendlich teilbar", so heißt das eigentlich: der Raum besteht nicht aus einzelnen Dingen (Teilen). Die unendliche Teilbarkeit bedeutet in gewissem Sinne, daß der Raum nicht teilbar ist, daß eine Teilung *ihn* nicht tangiert. Daß er damit nichts zu tun hat: *Er* besteht nicht aus Teilen. Er sagt gleichsam zur Realität: Du kannst in mir machen, was Du willst. (Du kannst in mir so oft geteilt sein, als Du willst.) Der Raum gibt der Wirklichkeit eine unendliche Gelegenheit der Teilung.
- 19[4] (Und darum steht in der ersten Klammer vom " $(n):(\exists nx).fx$ " nur *ein* Buchstabe. Offenbar nur eine Gelegenheit, nichts anderes. – Wir denken zu wenig daran, daß das Zeichen wirklich nicht mehr bedeuten kann, *als es ist.*)
- 19[5] ""Die Zeit erscheint uns essentiell als *unendliche* Möglichkeit. Und zwar, offenbar, unendlich nach dem, was wir über ihre Struktur wissen."" D.h. unendlich, nach ihrer Grammatik.
- PR & 19[6] Die Grammatik ist nicht unendlich kompliziert, weil sie die endlose Bildung von Zahlzeichen zuläßt.

PR & 20[1] Es muß, um die unendliche Möglichkeit zu erklären, genug sein, auf die Züge des Zeichens hinzuweisen, die uns eben zur Annahme dieser unendlichen Möglichkeit führen, besser: aus denen wir diese unendliche Möglichkeit ersehen. Das heißt (nur), das Tatsächliche des Zeichens muß genügen, und nicht die Möglichkeiten des Zeichens in Betracht kommen, die sich nur wieder in einer Beschreibung von Zeichen zeigen könnten. Es muß also in dem Zeichen "[1, x, x + 1]" – dem Ausdruck der Bildungsregel – schon alles enthalten sein. Ich darf mit der unendlichen Möglichkeit nicht wieder ein mythisches Element in die Logik einführen. Beschreibt man den Vorgang der Division $1'0 : 3 = 0'31$, der zu dem Quotienten 0,3 und dem Rest 1 führt, so muß in dieser Beschreibung schon die unendliche Möglichkeit der Fortsetzung mit immer dem gleichen Erfolg liegen, denn etwas Anderes ist uns ja nicht gegeben, wenn wir sehen, "daß es immer so weiter gehen muß". Und wenn wir die "unendliche Möglichkeit der Fortsetzung sehen", so können wir doch nichts sehen, was nicht beschrieben ist, wenn wir eben das Zeichen beschreiben, was wir sehen.