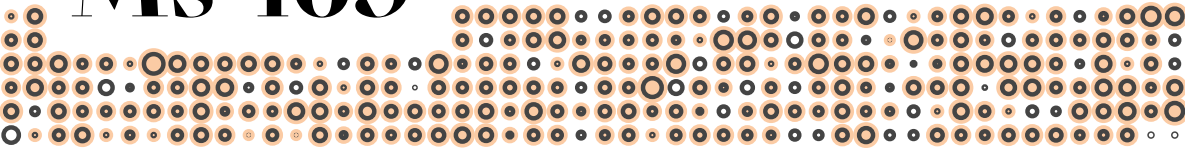


Wittgenstein's Writings

Ms-163



Ms-163

Ludwig
Wittgenstein

1r[1] 22.06.1941

Fühle mich schlecht. Mir scheint als könnte ich ... nicht mehr lieben. Als lebte die Begierde noch, aber ohne die Liebe. Und es ist daher nicht nur als hätte etwas Schönes aufgehört, sondern als hätte es nie existiert. Ich benehme mich bei alle dem höchst unheroisch. I let myself go to bits. –

1r[2] & Nehmen wir an, der R'sche Widerspr. wäre nie entdeckt wor-
1v[1] den. Nun – ist es ganz klar, daß wir dann einen falschen Kalkül gehabt hätten? Gibt es denn hier nicht verschiedene Möglichkeiten?

1v[2] Und wie, wenn man den Widerspruch zwar gefunden, sich aber weiter nicht über ihn aufgeregt, &, etwa, bestimmt hätte, es seien aus ihm keine Schlüsse zu ziehen (wie ja auch niemand aus dem 'Lügner' Schlüsse zieht). Wäre das ein offenbarer Fehler gewesen?

1v[3] & "Aber dann ist doch das kein eigentlicher Kalkül! Er verliert ja
2r[1] alle *Strenge!*" Nun, nicht *alle*. Und er hat nur dann nicht die volle Strenge, wenn man ein bestimmtes Ideal der Strenge hat, einen bestimmten Stil der Mathematik vor Augen hat.

2r[2] & 'Aber ein Widerspruch in der Math. verträgt sich doch nicht mit
2v[1] ihrer Anwendung. Er macht, wenn er konsequent, d.h. zur Erzeugung beliebiger Resultate, verwendet wird, die Anwendung der Math. zu einer Farce oder zu einer Art überflüssiger Zeremonie.

Seine Wirkung ist etwa die unstarrer Maßstäbe, die durch Dehnen & Zusammendrücken verschiedene Messungsergebnisse zu-

lassen.' Aber war das Messen durch Abschreiten *kein* Messen. Und wenn die Menschen mit einer Art Maßstäben aus Teig arbeiteten, wäre das an sich schon falsch zu nennen?

3r[1] Könnte man sich nicht Gründe denken weshalb eine *gewisse* Dehnbarkeit der Maßstäbe erwünscht sein könnte?

3r[2] Aber ist es nicht richtig, die Maßstäbe aus immer härterem unveränderlichem Material herzustellen? Gewiß ist es richtig; wenn man es so will!

3r[3] 'Also redest Du dem Widerspruch das Wort?!' Durchaus nicht; so wenig wie den weichen Maßstäben.

3v[1] *Ein Fehler ist zu vermeiden: Man denkt der Widerspruch muß sinnlos sein: d.h., wenn man z.B. die Zeichen 'p', '~', '•' konsequent benützt, so kann $p \bullet \sim p$ nichts sagen. – Aber denke, was heißt, den & den Gebrauch 'konsequent fortsetzen'? ('Diese Kurve konsequent fortsetzen'.)*

3v[2] &
4r[1] Wozu braucht die Mathematik eine Grundlegung?! Sie braucht sie, glaube ich, ebensowenig, wie die Sätze über physikalische Gegenstände, oder Sinnesdaten, eine *Analyse*. Wohl aber bedürfen die mathematischen sowie jene andern Sätze einer Klarlegung ihrer Grammatik.

4r[2] Die *mathematischen* Probleme der sogenannten Grundlagen liegen für uns der Mathematik so wenig zu Grunde, wie das gemalte Wasser einem gemalten Schiff.

4v[1] Aber wurde die Fregesche Logik durch den Widerspruch zur Grundlegung der Arithmetik nicht untauglich? Doch!

Aber wer sagte denn auch, daß sie zum Ableiten der arithm. Sätze tauglich sein müsse?!

- 4v[2] & 5r[2] Man könnte sich sogar denken, daß man die Fregesche Logik einem Wilden als Instrument gegeben hätte um damit arithm. Sätze abzuleiten. Er habe den Widerspruch abgeleitet, ohne zu merken, daß es einer sei, & aus ihm nun alle möglichen richtigen & falschen Sätze.
- 5r[1] Du mußt das Bittere schlucken, als wäre es süß!
- 5r[3] 'Ein guter Engel hat uns bisher davor bewahrt, *diesen* Weg zu gehen.' Nun, was willst Du mehr? Man könnte, glaube ich, sagen: Ein guter Engel wird immer nötig sein, was immer Du tust.
- 5r[4] & 5v[1] Welche eigentümliche Wiedergabe des Kuckucksrufs durch dieses Wort womit der Ruf eigentlich gar keine Ähnlichkeit hat.
- 5v[2] & 6r[1] Man sagt, das Rechnen sei ein Experiment, um dadurch seine praktische Anwendbarkeit zu erklären. Denn vom Experiment weiß man, daß es realen Wert hat. Nur vergißt man, daß es diesen Wert vermöge einer Technik hat, die zwar nicht vorhanden wäre, wenn sie nicht vorhanden wäre, deren Regeln aber eine andere Rolle spielen als Sätze der menschlichen Naturgeschichte.
- 6r[2] "Die Grenzen der Empirie" – (Leben wir, weil es praktisch ist zu leben?? Denken wir, weil es praktisch ist, zu denken??)
- 6r[3] & 6v[1] 25.06.1941

Daß ein Experiment praktisch ist, das weiß er; also ist die Rechnung ein Experiment.

6v[2] Unsre experimentellen Handlungen haben allerdings ein charakteristisches Gesicht. Wenn ich jemand in einem Laboratorium eine Flüssigkeit in eine Proberöhre gießen & über einem Bunsenbrenner erhitzen sehe, (so) bin ich geneigt, zu sagen, "er macht ein Experiment".

6v[3] &
7r[1] Wenn wir zählen könnten & wir wollten zu (gewissen) praktischen Zwecken Zahlen wissen. & um sie zu erfahren fragten wir gewisse Menschen, die, wenn sie unser praktisches Problem gehört haben, die Augen schlossen & sich die dem Zweck entsprechende Zahl einfallen ließen; so läge keine Rechnung vor wie verlässlich immer die Zahlangabe sein mag. Ja diese Zahlangabe könnte viel verlässlicher sein als jede Rechnung.

7r[2] &
7v[1] Eine Rechnung – könnte man sagen – ist ein Teil der Technik eines Experiments, aber allein kein Experiment.

7v[2] 27.06.1941

Vergißt man denn, daß das Experiment eine bestimmte Art der Anwendung hat? Und die Rechnung vermittelt die Anwendung.

7v[3] Würde denn jemand daran *denken*, das Übersetzen einer Chiffre mittels eines Schlüssels ein Experiment zu nennen?

7v[4] &
8r[1] Das normative Spiel – im Gegensatz, etwa, zum beschreibenden.

- 8r[2] Wenn ich zweifle, ob die Zahlen n und m multipliziert l ergeben werden, so bin ich nicht *darüber* im Zweifel, ob eine Verwirrung in unserm Rechnen ausbrechen wird & etwa die Hälfte der Menschen eines die andere Hälfte etwas andres für richtig halten werden.
- 8r[3] & Experiment, ist eine Handlung nur von einem gewissen
8v[1] & Gesichtspunkt gesehen. Und es ist *klar*, daß die Rechnungshandlung auch ein Experiment sein kann. Ich kann z.B. prüfen
9r[1] wollen was dieser Mensch unter solchen Umständen auf diese Aufgabestellung hin rechnet. – Aber zum Teufel das ist es ja doch, was Du untersuchst, wenn Du ihn rechnen läßt! Ja das mag ich wohl fragen – d.h. meine Frage mag sogar in diesen Worten ausgedrückt sein. (Vergleiche damit: Ist der Satz “Der Arme stöhnt” ein Satz über das Benehmen oder das Leiden des Menschen?) Aber wie ist es nun, wenn ich seine Rechnung vielleicht *nachrechne*? – ‘Nun dann mache ich noch ein Experiment, um ganz sicher herauszufinden, daß alle normalen Menschen, so reagieren.’ – Und wenn sie nun *nicht* gleichförmig reagieren –: was ist das Rechnungsergebnis?

- 9r[2] & 9v[1] & 10r[1] "Soll die Rechnung praktisch sein, so muß sie Tatsachen herauskriegen. Und das kann man nur durchs Experiment." Aber welches sind 'Tatsachen'? Glaubst Du, Du kannst zeigen was eine Tatsache ist indem Du mit dem Finger auf etwas hinweist? Macht das schon die Rolle klar, welche die 'Feststellung einer Tatsache' spielt? Wenn nun die Math. erst den *Charakter* dessen bestimmte, was Du 'Tatsache' nennst? 'Es ist interessant zu wissen wieviele Schwingungen dieser Ton hat'. Aber die Arithm. lehrt Dich erst was "wie viele" heißt. Sie lehrt Dich nach dieser Art von Tatsache fragen; diese Art von Tatsache zu sehen.
- 10r[2] Die Mathematik, will ich sagen, lehrt Dich nicht einfach die Antwort auf eine Frage; sondern ein ganzes Sprachspiel, mit Fragen & Antworten.
- 10r[3] & 10v[1] 'Die Math., um praktisch zu sein, muß uns Tatsachen lehren.' – Aber müssen die mathematischen Tatsachen jene Tatsachen sein? – Aber warum soll sie nicht, statt uns 'Tatsachen zu lehren', die Formen dessen schaffen, was wir Tatsachen nennen?
- 10v[2] "Ja aber es bleibt doch empirische Tatsache, daß die Menschen so rechnen!" – Ja, aber damit werden die Rechensätze nicht zu empirischen Sätzen.
- 10v[3] & 11r[1] & 11v[1] "Ja, aber es muß doch das Rechnen auf (empirischen) Tatsachen beruhen!" Gewiß; die Pointe des Rechnens wäre eine andere wenn die Tatsachen andere wären – – –
- 11v[2] In der Rechnung *gibt es keine* kausalen Zusammenhänge, nur die Zusammenhänge des Bildes.

- 11v[3] & 12r[1] Und darin ändert es nichts, daß wir die Beweisfigur nachrechnen um sie anzuerkennen. Daß wir also versucht sind zu sagen, wir ließen sie durch ein psychologisches Experiment entstehen. Denn der psychologische Ablauf wird beim Rechnen nicht psychologisch untersucht.
- 12r[2] & 12v[1] Aber können wir uns keine menschliche Gesellschaft denken in der es ebensowenig ein Rechnen ganz in unserm Sinn, wie ein Messen ganz in unserm Sinn gibt? – Doch. – Aber wozu will ich mich dann bemühen, was Mathematik ist, exakt herauszuarbeiten? Weil es bei uns eine Math. gibt & eine bestimmte Auffassung der Math. (gleichsam ein Ideal) das es wichtig ist klar zu beschreiben.
- 12v[2] ‘Unsre Mathematik wandelt Experimente in Definitionen um.’
- 12v[3] & 13r[1] Fordere nicht zuviel & fürchte nicht, daß Deine gerechte Forderung in’s Nichts zerrinnen wird.
- 13r[2] Meine Aufgabe ist es nicht, Russells Logik von *innen* anzugreifen, sondern von außen.
- 13r[3] D.h.: nicht, sie mathematisch anzugreifen – sonst triebe ich Mathematik – sondern ihre Stellung in einem anderen Ganzen.
- 13v[1] Die beiden Beweise überzeugen uns von demselben. – – –
- 13v[2] & 14r[1] & 14v[1] 02.07.1941
 ‘Die Minute hat 60 Sekunden.’ Das ist ein Satz, ganz ähnlich einem mathematischen. Hängt seine Wahrheit von der Erfahrung ab? – Nun – könnten wir von Minuten & Sekunden reden,

wenn es keinen Zeitsinn gäbe; wenn es keine Uhren gäbe, oder, aus physikalischen Gründen, nicht geben könnte; wenn alle die Zusammenhänge nicht statt hätten, die unsern Zeitmaßen Sinn & Bedeutung geben? In diesem Falle – würden wir sagen – hätte das Zeitmaß seine Pointe verloren (wie das Mattsetzen ohne die Institution des Schachspiels) oder es hätte dann eine ganz andere Pointe. Macht aber die *eine* so beschriebene Erfahrung den Satz falsch, die andere wahr? Nein; *das* beschriebe nicht seine Funktion. Er funktioniert ganz anders.

14v[2] &
15r[1] Sincerity in *some* people may have only one level; in others it has several levels. English people, e.g., not only speak & write what the government wants them to, but they don't allow themselves to *think* anything else. Hence the phenomenon that what they speak is, in a sense, sincere, though the mental activity of suppressing thoughts in themselves is an insincerity. And just in this country you hear again & again the question: "Don't you think so & so is sincere?" – because they have a way of avoiding the normal judgement of anybody being insincere.

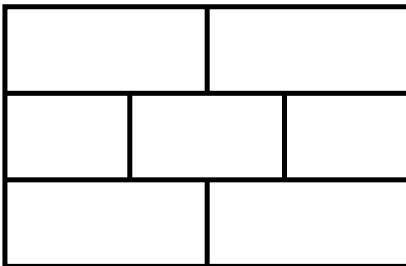
15r[2] Ich will einen bestimmten Aspekt der Math. herausarbeiten; & zwar den, der – meiner Meinung nach – herausgearbeitet die Art & Weise beeinflusst, wie Mathematiker & Philosophen (heute) die Mathematik betrachten.

15v[1] 'Der psychologische Ablauf der Rechnung' – oder soll ich ihn einen physiologischen nennen? Interessiert es mich, das Gefühl der Billigung eines Rechenübergangs zu beschreiben? Wenn wir statt der Billigung hier den Ausdruck der Billigung setzen: – was interessiert er uns? Er ist bloß eine *Umgebung* des Rechnens. (Beachte das *Benehmen* beim Rechnen!)

15v[2] &
16r[1] 'Das Rechnen um praktisch sein zu können muß auf empirischen Tatsachen beruhn.' – Warum soll es nicht lieber bestimmen, was wir empirische Tatsachen nennen?

16r[2] Meine Aufgabe ist es nicht über den Gödelschen Beweis, etwa – zu reden; sondern an ihm vorbei zu reden.

16r[3] &
16v[1] &
17r[1] Die Aufgabe die Zahl der Wege zu finden ohne Wiederholung



durch alle Fugen der Mauer, erkennt jeder als *math.* Aufgabe. – Wäre die Zeichnung *viel* größer, nicht zu überblicken, so könnte man annehmen sie ändere sich ohne daß wir's *sehen* & dann wäre die Aufgabe jene Zahl (die sich etwa gesetzmäßig ändert) zu finden, keine *mathem.* mehr. Aber auch wenn sie gleichbleibt ist die Aufgabe dann nicht *mathematisch.* – Aber auch wenn die Mauer leicht zu übersehen ist so heißt das nicht, die Aufgabe ist eine *math.*; als sagte man: *diese* Aufgabe gehört

(nun) der Embryologie an. Vielmehr: *hier* brauchen wir eine mathem. Lösung. (Wie: hier ist was wir brauchen eine *Vorlage*.)

17r[2] 'Erkannten' wir das Problem als ein math., weil die Mathematik vom Nachfahren von Zeichnungen handelt?

17r[3] & 17v[1] Warum sind wir also geneigt, *dieses* Problem ein 'mathematisches' zu nennen? Weil wir es ihm gleich ansehen, daß hier die Beantwortung einer *math.* Frage *so gut wie* alles ist was wir brauchen. Obschon man das Problem z.B. leicht als ein psychologisches sehen könnte.

17v[2] Ähnliches von der Aufgabe aus einem viereckigen Stück Papier das & das zu falten.

17v[3] & 18r[1] Werden aber, etwa, die Sätze der Dynamik zu Sätzen der reinen Mathematik, dadurch, daß man ihre Interpretation offen läßt & sie nur zur Produktion eines Maßsystems verwendet?

18r[2] "Der mathematische Beweis muß übersichtlich sein" das hängt [unreadable] etwas mit der Übersichtlichkeit jener Figur zusammen.

18r[3] Vergiß nicht: der Satz der von sich selbst aussagt, er sei unbeweisbar, ist als *mathem.* Aussage aufzufassen. Denn das ist nicht *selbstverständlich*.

18v[1] Es ist nicht selbstverständlich, daß der Satz, die & die Struktur sei so & so nicht konstruierbar, als math. Satz aufzufassen sei.

- 18v[2] D.h.: wenn man sagt "er sagt von sich selbst aus" so ist das auf eine spezielle Weise zu verstehen. Hier nämlich entsteht leicht Verwirrung durch den verschiedenartigen Gebrauch des Ausdrucks "dieser Satz sagt etwas von ... aus".
- 19r[1] In diesem Sinne sagt der Satz $625 = 25 \times 25$ auch etwas über sich selbst aus: daß man nämlich die linke Ziffer erhalten wird wenn man die beiden rechten mit einander multipliziert.
- 19r[2] Der Gödelsche Satz der etwas über sich selbst aussagt *erwähnt* sich nicht.
- 19r[3] & 19v[1] Kann man nicht ebenso sagen der Satz $3 + 2 = 5$ sage von sich aus, er könne in eine Gruppe von 3 & eine von 2 Zeichen zerlegt werden?
- 19v[2] 'Der Satz sagt daß *diese* Zahl aus *diesen* Zahlen auf *diese* Weise nicht erhältlich ist'. – Aber bist Du auch sicher daß Du ihn richtig ins Deutsche übersetzt hast? Ja gewiß, es scheint so. – Aber kann man da nicht fehlgehen?
- 19v[3] & 20r[1] Ein Stil, Maschinen zu bauen, in dem man, die wirksamen Räder etc. von einer Zahl unwirksamer umgibt die, z.B., nur des ästhetischen Eindrucks wegen angebracht sind. (Ähnlich wie Scheinfenster in einer Fassade.)

20r[2] &
20v[1] Könnte man sagen: Gödel sagt, daß man einem mathematischen Beweis auch muß trauen können wenn man ihn praktisch als den Beweis Konstruierbarkeit der Satzfigur nach den Beweisregeln auffassen will. Oder: Ein math. Satz muß als Satz einer auf sich selbst wirklich anwendbaren Geometrie aufgefaßt werden können. Und tut man das, so zeigt es sich, daß man sich auf einen Beweis unter gewissen Umständen nicht verlassen kann.

20v[2] Wir erwarten das Eine & werden von dem Andern überrascht; aber die Kette der Gründe hat ein Ende.

20v[3] Die Grenzen der Empirie sind nicht unverbürgte Annahmen, oder intuitiv als richtig erkannte; sondern Arten & Weisen des Vergleichens & des Handelns.

21r[1] & 03.07.1941

21v[1] &
22r[1] &
22v[1] Nehmen wir an, wir haben einen arithm. Satz der sagt eine bestimmte Zahl ... könne nicht aus den Zahlen ..., ..., ... durch die & die Operationen gewonnen werden. Und nehmen wir an es ließe sich eine Übersetzungsregel geben, nach welcher dieser arithm Satz in die Ziffer jener ersten Zahl, die Axiome, aus denen wir versuchen ihn zu beweisen, in die Ziffern jener andern Zahlen, & unsre Schlußregeln in die im Satz erwähnten Operationen sich übersetzen ließen. – Hätten wir dann *den arithm Satz* aus den Axiomen nach unsern Schlußregeln abgeleitet, so hätten wir *dadurch* seine Ableitbarkeit demonstriert aber auch einen Satz bewiesen, den man nach jener Übersetzungsregel dahin aussprechen muß, dieser arithm Satz, nämlich unserer, sei unableitbar. Was wäre nun da zu tun? Ich

denke mir wir schenken unserer *Konstruktion* des Satzes Glauben, also dem *geometrischen* Beweis. Wir sagen also, diese 'Satzfigur' ist aus jenen so & so gewinnbar. Und übertragen, nur, in eine andre Notation heißt das: diese Zahl ist mittels dieser Operationen aus jenen zu gewinnen. Soweit hat der Satz & sein Beweis nichts mit einer besondern *Logik* zu tun. Hier war jener konstruierte Satz einfach eine andere Schreibweise der konstruierten Ziffer, sie hatte die *Form* eines Satzes aber wir verglichen ihn nicht mit andern Sätzen als Zeichen, welches dies oder jenes *aussagt*, einen *Sinn* hat.

22v[2] & 23r[1] Lesen wir nun den konstruierten Satz (oder die Ziffer) als Satz der mathem. Sprache (etwa auf Deutsch) so spricht er das Gegenteil von dem, was wir eben als bewiesen betrachtet haben. Wir haben also, nach unsrer Auffassung, einen erweisbar falschen arithmetischen oder geometrischen Satz bewiesen (sofern wir nämlich dem Existenzbeweis durch Konstruieren mehr trauen als dem sinnvollen Ableiten des Existenzsatzes aus Axiomen).

23r[2] (Wenn jemand sagt, daß ich eine solche Annahme gar nicht machen darf weil sie, gleichsam, eine logische Annahme wäre, so sage ich, daß ich annähme jemand sei durch einen Rechenfehler zu dem Resultat gelangt & er könne diesen Rechenfehler vorderhand nicht finden.)

23v[1] Die Menschen, die immerfort 'warum' fragen, sind wie die Touristen, welche, den Baedeker lesend, vor einem Gebäude stehen & durch das Lesen der Entstehungsgeschichte, etc., etc., daran gehindert werden, das Gebäude zu *sehen*.

- 23v[2] & 24r[1] Hier kommen wir wieder auf den Ausdruck "der Beweis überzeugt uns" zurück. Und was uns hier an der Überzeugung interessiert ist weder ihr Ausdruck in der Stimme oder Gebärde, noch das Gefühl der Befriedigung oder Ähnliches, sondern ihre Betätigung in der Verwendung des Bewiesenen.
- 24r[2] & 24v[1] Man kann *mit Recht* fragen, welches Interesse Gödels Beweis für unsre Arbeit habe. Denn er kann keines *unserer* Probleme lösen. – Die Antwort ist: daß die *Situation* uns interessiert, in die ein solcher Beweis die Menschen bringt. 'Was sollen sie nun sagen?' – das ist unser Thema.
- 24v[2] "He went like ... a fist when you open your hand." – eine interessante Konstruktion.
- 24v[3] 04.07.1941
- Es kommt uns viel zu selbstverständlich vor, daß wir "wieviele?" fragen, & darauf zählen & rechnen!
- 24v[4] & 25r[1] So seltsam es klingt, so scheint meine Aufgabe (bloß) darin zu bestehen, klar zu machen, was in der Mathematik so ein Satz bedeutet wie: "angenommen, man könnte dies beweisen".
- 25r[2] Zählen wir, weil es praktisch ist zu zählen? Wir zählen! – Und so rechnen wir auch.
- 25r[3] Kann ich sagen: "Einfach hersagen: 'eins, zwei, drei, vier, ...' – ist reine Mathematik treiben; Dinge zählen, angewandte"?

VB & Der Kontrapunkt könnte für einen Komponisten ein außeror-
25r[4] & dentlich schwieriges Problem darstellen; das Problem nämlich:
25v[1] & in welches Verhältnis soll *ich* mit *meinen* Neigungen mich zum
26r[1] Kontrapunkt stellen. Er mochte ein konventionelles Verhältnis
gefunden haben aber wohl fühlen, daß es nicht das *seine* sei.
Daß die Bedeutung nicht klar sei, welche der Kontrapunkt für
ihn haben *solle*. (Ich dachte dabei an Schubert; daran, daß er am
Ende seines Lebens noch Unterricht im Kontrapunkt zu neh-
men wünschte. Ich meine, sein Ziel sei vielleicht nicht gewesen,
einfach mehr Kontrapunkt zu lernen, als vielmehr sein
Verhältnis zum Kontrapunkt zu finden.)

26r[2] 'Die beiden Beweise überzeugen uns von demselben.' –

26r[3] & Man kann ein Experiment – oder wie man es sonst nennen will
26v[1] – machen, auf Grund dessen man das angenommene Maß än-
dert oder auch das was gemessen werden sollte neu beurteilt.

26v[2] So ist also die Maßeinheit das Resultat von Messungen? Ja &
nein. Nicht das Messungsergebnis, aber vielleicht die *Folge* von
Messungen.

26v[3] & Es wäre also *eine* Frage: "hat uns die Erfahrung gelehrt, *so* zu
27r[1] rechnen?" – & eine andre: "ist die Rechnung ein Experiment?".

27r[2] & 06.07.1941

27v[1] Es gibt Sätze, welche das Rechnen der Menschen beschreiben.
Sie sagen, wie Menschen Rechnen lernen & lehren (ich denke
mir die Beschreibung rein behaviouristisch) wie dann bei be-
stimmten Gelegenheiten schriftlich etc. gerechnet wird. u.s.f..
Es wird dabei auch beschrieben wie das Wort "rechnen" (etc.)

angewendet wird. In dieser Beschreibung ist natürlich auch von den mathematischen Sätzen & ihrer Funktion die Rede.

- 27v[2] Die Physik – könnte man sagen – beschreibt die Maße & auch das Gemessene. Sie sagt, wie man zu diesen Maßen kommt. Wenn die Physik das Wort 'Meter' erklärt, dann auch das Wort 'gleich'. – – –
- 27v[3] & 28r[1] Man könnte sagen: Experiment, Rechnung, sind Pole zwischen denen sich menschliche Handlungen bewegen.
- 28r[2] Ein *Experiment* ist schon etwas in einer Untersuchung; wie ein *Verbum* schon eine bestimmte Praxis der Verständigung voraussetzt.
- 28r[3] & 28v[1] & 29r[1] Wir konditionieren einen Menschen in dieser & dieser Weise; wirken dann auf sie durch eine Frage ein; erhalten eine *Zahl*. Diese verwenden wir weiter zu unsern Zwecken & sie erweist sich als praktisch. Das ist das Rechnen. – Noch nicht! Dies könnte ein sehr *zweckmäßiger* Vorgang sein – muß aber nicht sein, was wir 'rechnen' nennen. Wie man sich denken könnte daß zu Zwecken denen heute unsre Sprache dient Laute ausgestoßen würden, die doch keine Sprache bildeten. Zum Rechnen gehört, daß alle, die richtig rechnen dasselbe Rechnungsbild produzieren. Und richtig rechnen heißt nicht bei klarem Verstande, oder ungestört, rechnen, sondern *so* rechnen.
- 29r[2] 'Welches sind die Bedingungen des Experiments, welches sein Resultat?' [→ [S. 87]] Ist das Resultat das Rechnungsergebnis, oder die Rechnung oder die Zustimmung (worin immer diese besteht)?

- 29r[3] & 29v[1] Freilich könnte man sagen: Ehe wir's versucht haben wissen wir nicht, was wir anerkennen werden. Aber wenn wir uns nun über das was jeder anerkennt nicht einigen könnten, gäbe es kein Rechnen.
- 29v[2] Aber könnte man nicht diese Interpretation vorschlagen: der math. Satz sagt etwa: 'alle Menschen bringen das & das heraus' & das Gegenteil dieses *math.* Satzes bedeutet: 'alle Menschen – bringen etwas anderes heraus'? Wie ist es in der Beziehung mit einer Spielregel?
- 30r[1] 07.07.1941
- “Wir ziehen mit dem König so & so.” – “Wir erlauben Dir, mit dem König so & so zu ziehen.” – “Dir ist erlaubt. ...”
- 30r[2] & 30v[1] & 31r[1] Könnte, *umgekehrt*, ein Naturforscher die mathematischen Sätze als Sätze unsrer Naturgeschichte verwenden? Er kommt vom Mars & studiert u.a. unsre Math. & wie wir sie verwenden. Welche Rolle werden in seinem Bericht über uns die math. Sätze spielen. Werden sie Sätze des Berichts sein? – Sie könnten doch gewiß als solche verwendet werden. “ $25 \times 25 = 625$ ” wäre also ein Satz des Berichts. Unsre Frage aber “wieviel ist 25×25 ?” ist sie eine naturgeschichtliche Frage des Berichts? Und wenn jener Naturforscher nun unsre Mathematik lernt & sich nun selbst in ein mathem. Problem verfangt, treibt er da auch *noch* (immer) Naturforschung? Die Beschreibung der Funktion eines math. Satzes hat nicht die Funktion des math. Satzes.

- 31r[2] Das auf den Satz *selbst* bezügliche Fürwort des Satzes, der etwas von sich selbst aussagt. Ein solches gibt es in unsrer Sprache nicht sein Gebrauch, das Sprachspiel, aber kann leicht beschrieben werden, wenn man nur erst sieht daß die Sätze, in denen es vorkommt nicht, vor allem, logische oder math. sein dürfen.
- 31r[3] &
31v[1] Sagt nun so ein Satz: "ich bin nicht wahr" so habe ich gar keinen Gebrauch für ihn. Es sei denn daß ich das Spiel mit ihm spiele zu sagen: Also ist das Gegenteil dieses Satzes wahr welches lautet: "ich bin wahr." Und dies ist in *einem* Sinne das Gegenteil & in einem andern Sinne nicht.
- 31v[2] "Ich bin auf die Weise ... nicht konstruierbar."
- 31v[3] "Leite mich ab!"
- 32r[1] "Versuche mich auf die Weise K. abzuleiten!"
- 32r[2] Aber nun: "Ich bin nicht auf die Weise K beweisbar". Nehmen wir an wir können den Satz auf diese Weise ableiten; dann wird man ihn falsch nennen müssen & daher zugleich sagen müssen, daß diese Ableitung nicht als 'Beweis' (Erweis der Wahrheit) gelten kann.
- 32r[3] &
32v[1] Aber macht nicht dies den Gebrauch solcher Sätze unmöglich daß hier ein Satz & sein Gegenteil wahr sein können? Z.B.: "ich bin ein Zoll lang" & "ich bin nicht ein Zoll lang". Man könnte hier sagen es müsse eine äußere & eine innere Negation geben. Das gleiche gilt natürlich von "ich bin ableitbar" & "ich bin nicht ableitbar" sie können beide wahr & beide falsch sein: Und dennoch nicht sinnlos.

- 32v[2] & 33r[1] Hättest Du etwas aus logischen & arithmetischen Grundprinzipien abgeleitet, dessen natürlichste Anwendung zu sein schiene das Ableiten des abgeleiteten Satzes als hoffnungslos darzustellen, dann heißt das, daß der so abgeleitete Satz diese Anwendung eben *nicht* hat, daß die Prinzipien, aus welchen er abgeleitet ist, nicht im Stande sind eine auf diese Weise anwendbare Geometrie zu erzeugen.
- 33r[2] & 33v[1] Ist das nun viel anders als gäbe ein allgemeiner arithm. Beweis, auf außerordentlich sehr große Zahlen angewandt etwas, was im Widerspruch steht mit dem Resultat der speziellen & ungeheuer langen Berechnung? So könnte ich mir denken, daß Paare ungeheuer langer Multiplikationen $n \times m$, $m \times n$ zu immer verschiedenen Resultaten führten.
- 33v[2] & 34r[1] Die Jagd nach den Grundlagen der Mathematik scheint mir auf ein falsches Ideal basiert. (Wie eine bestimmte Politik von einer bestimmten Lebensweise.)
- 34r[2] ('ich bin wahr' ist falsch) = ('ich bin wahr' ist wahr)
- VB & 34r[3] & 34v[1] Wagners Motive könnte man musikalische Prosasätze nennen. Und so, wie es 'gereimte Prosa' gibt kann man diese Motive allerdings zur melodischen Form zusammenfügen, aber sie ergeben nicht *eine* Melodie. Und so ist auch das Wagnersche Drama kein Drama, sondern eine Aneinanderreihung von Situationen, die wie auf einem Faden aufgefädelt sind, der selbst nur *klug* gesponnen aber nicht, wie die Motive & Situationen, inspiriert ist.
- 34v[2] & 08.07.1941

- 35r[1] Wenn ich ein Beispiel einer möglichen Verwirrung in der Arithmetik finden will, brauche ich mir nur ein Rechnen mit riesigen Zahlen vorstellen welches unübersehbar & dadurch unzuverlässig wird.
- 35r[2] Aber wie ist es hier mit der Übersehbarkeit? Übersehbar für's Auge? Für's Gedächtnis? oder auf andre Weise? –
- 35r[3] Bei einer gewissen Ausdehnung der Zahlzeichen würden wir etwa sagen: "hier hört das *Rechnen* auf".
- 35r[4] &
35v[1] &
36r[1] &
36v[1] Die Schwierigkeit ist hier, den uns angemessenen Gesichtspunkt zu gewinnen. Von welchem weder für sie Unwesentliches gesehen noch Wesentliches übersehen wird. Unsrer Blickrichtung soll (uns) nämlich jene Stücke der Mathematik, welche den Logikern & Mathematikern so wichtig & vielversprechend scheinen in stärkster Verkürzung zeigen, dagegen jene Aspekte der Mathem. in voller Länge, die ihnen uninteressant scheinen.
- 36v[2] Der Beweis des Satzes zeigt mir, was ich auf die Wahrheit des Satzes hin wagen will. Und verschiedene Beweise können mich wohl dazu bringen dasselbe zu wagen.
- 36v[3] &
37r[1] Das überraschende Paradoxe, ist paradox nur in einer gewissen Umgebung. Man muß diese Umgebung so ergänzen, daß, was paradox erschien, nicht länger so erscheint.

- 37r[2] & 37v[1] 'Was würde diesem Mann teurer sein: die Wahrheit des Satzes, daß er jenen Satz nach den Regeln aus den Axiomen abgeleitet hat, oder die Wahrheit des abgeleiteten Satzes?' Ist es aber auch *möglich*, daß er die Wahrheit des Satzes auf Grund des Beweises aufrecht halten wird & dem Satz die Anwendbarkeit auf seine eigene Ableitung absprechen?
- 37v[2] Ist Liebe bei *so* viel Pessimismus möglich?
- 37v[3] Nicht der Gödelsche Beweis interessiert mich, sondern die Möglichkeiten auf die Gödel durch seine Diskussion uns aufmerksam macht.
- 37v[4] & 38r[1] Die math. Tatsache daß hier ein arithm. Satz ist, der sich in P nicht beweisen noch als falsch erweisen läßt, interessiert mich nicht. — — —
- 38r[2] & 38v[1] Es scheint hier, als wäre die Wahrheit des math. Satzes (oder gewisser math. Sätze) von einer bestimmten Erfahrung doch unmittelbar abhängig. Beweist ein allgemeiner Beweis die Nichtkonstruierbarkeit einer Zeichenstruktur, so darf diese nicht erhältlich sein. Oder auch: es scheint, die Math. *müsse* jedenfalls auf die Technik ihres Beweisens praktisch anwendbar sein, mit den Erfahrungstatsachen dieser übereinstimmen.

- 38v[2] & Man könnte sich doch denken, daß es Zeichen gäbe die wir
 39r[1] etwa statt '0', '1', '2', '3', '4' ... '9' setzen könnten & die – wie ich
 mich einmal ausdrücken will, unser Gedächtnis oder unser Se-
 hen so beeinflussen, daß beim Multiplizieren mit ihnen nicht
 das Richtige d.h. das in die für richtig gehaltene Ziffer Über-
 setzbare sich ergibt. Wie man sich denken könnte daß beim
 Rechnen mit roter Tinte sich nicht dasselbe ergibt wie beim
 Rechnen mit schwarzer.
- VB & Laß Dich nicht von dem Beispiel Anderer führen, sondern von
 39r[2] der Natur!
- 39r[3] & Wenn ich also beweise, daß man eine gewisse Zahl auf die &
 39v[1] die Weise nicht herstellen kann, so muß das ein für die Geome-
 trie der Zeichen gültiger Beweis sein. Man muß ihm *physikalisch*
 trauen können.
- 39v[2] Aber heißt das nicht nur, daß, wenn wir ihm nicht so trauen
 können, wir den Satz falsch interpretieren? Ihn als Instrument
 für etwas ansehen wofür er keines ist?
- 39v[3] & Der Gödelsche Beweis bringt eine Schwierigkeit auf, die sich
 40r[1] auch in viel elementarerer Weise zeigen muß. (Und hierin liegt,
 scheint es mir, zugleich Gödels großes Verdienst um die Philo-
 sophie der Math., & zugleich der Grund, warum sein besonde-
 rer Beweis nicht das ist was uns interessiert.)
- 40r[2] & 11.07.1941
 40v[1] Ich könnte sagen: Der Gödelsche Beweis gibt uns die Anregung
 dazu die Perspektive zu ändern aus der wir die Mathematik sa-

hen. *Was er beweist, geht uns nichts an, aber wir müssen uns mit dieser mathematischen Beweisart auseinandersetzen.*

40v[2] Trage! Stehst Du fest & trägst, so wird es auch dem Andern am meisten nützen. Mach keine Scene, sei nicht ironisch, sei nicht unnatürlich.

40v[3] Trage!

40v[4] & Es gilt die Gedanken *so* zu ordnen, daß man die Untersuchung
41r[1] an einem beliebigen Punkt abbrechen kann ohne daß, was nach diesem Punkt kommt, wieder das in Frage stellen kann, was bis dorthin gesagt wurde.

41r[2] Hier kommen wir wieder zu dem Gedanken, daß, das Wort "buchstabieren" buchstabieren, nicht ein Buchstabieren des zweiten Grades ist.

41r[3] & Wenn die beiden ω -widersprechenden Beweise wirklich vorlie-
41v[1] gen, dann wird es problematisch, was wir mit dem so bewiesenen & entkräfteten Satze anfangen können.

41v[2] Gödel zeigt *einwandfrei*, daß der von ihm konstruierte Satz eine *Ausnahmsstellung* im System der Sätze hat. (D.h.,) wie immer man diese Ausnahmsstellung beschreibt, *so bleibt es eine solche*.

41v[3] & Gödels Entdeckung ist eine mathematische Entdeckung. Wenn
42r[1] nun eine solche sich als Ausbau der Grammatik auffassen läßt, was ist die grammatische Bedeutung der Konstruktion.

42r[2] & Könnte man das auch so ausdrücken: Welches ist die außerma-
42v[1] thematische Verwendung des Gödelschen Theorems.

- 42v[2] Welche Verwendung haben wir für einen Satz, der seine eigene Unbeweisbarkeit mathematisch behauptet?
- 42v[3] Wie seltsam, daß Du noch immer nach Glück jagst & weißt daß Du nicht mehr glücklich sein kannst. Nicht mehr glücklich, außer in Augenblicken, die von Unglück unterbrochen sind.
- 43r[1] "Ein math. Satz ist in einem *solchen* Beweissystem nicht entscheidbar, in welchem er seine eigene Unbeweisbarkeit behauptet."
- 43r[2] &
43v[1] &
44r[1] &
44v[1] Die Phrase "inhaltlich gedeutet" ist ein elendes Machwerk. Ich glaube, dieser Ausdruck entspringt aus einer falschen Idee von der Natur der Anwendung der Math. Diesen Begriff könnte man etwa so beschreiben: Denken wir uns mit einer beliebigen Klasse, sagen wir, deutscher Sätze "Hans ist ein dummer Junge", "Sein Hut ist staubig" etc. etc. eine Art Spiel gespielt in welchem es auf das Verstehen dieser Sätze gar nicht ankommt. Wir könnten es also auch spielen, wenn die Wortreihen Sätze einer uns unbekanntem Sprache wären, oder auch gar keine Sätze. Nehmen wir aber an, es wären tatsächlich deutsche Sätze so spielt dies Faktum im Spiel wie etwa im schriftlichen Schach die Rolle, daß wir wirkliche Buchstaben & Ziffern zur Notation gebrauchen. – Nehmen wir aber nun an, das Spiel erwiese sich als nützlich indem es unter gewissen Umständen deutsche Sätze erzeugte, die sich als wahr erwiesen. So daß wenn unter gewissen Umständen das Resultat gewisser Transformationen der Satz ist "Hans ist dumm" dieser Satz, nun *inhaltlich gedeutet*, für gewöhnlich zutrifft. – Aber hast Du hier nicht – wenn auch in rohester Form – die Anwendung der Mathematik beschrieben?

- 44v[2] & 45r[1] Was heißt es denn: eine Folge von 'Zeichen' inhaltlich deuten? Heißt es etwas anderes als sie als Satz oder Ausdruck einer uns geläufigen Sprache verstehen & also ihre konventionelle Anwendung zu beherrschen, oder, wenn sie nicht der Ausdruck einer uns *geläufigen* Sprache ist, eine irgendwie festgelegte Anwendung vor Augen zu haben?
- 45r[2] & 45v[1] Denken wir uns statt der Phrase "inhaltlich gedeutet" spezielle Ausdrücke: "zoologisch gedeutet", "buchhalterisch gedeutet", & sehen wir nach ob es unter diesen auch ein "mathematisch gedeutet" gibt.
- 45v[2] Wann deuten wir? D.h.: Wann vollziehen wir die Deutung?
- 45v[3] & 46r[1] Was sagt der Satz " $5 \times 5 = 25$ ", inhaltlich gedeutet? – Daß $5 \times 5 = 25$ ist? Oder soll ich die Russellsche Paraphrasierung als inhaltliche Deutung ansehen? Was aber ist die inhaltliche Deutung der "Principia Mathematica"?
- 46r[2] 'Inhaltlich deuten' müßte heißen: *anwenden*; & zwar, etwa, auf die, durch diese Worte angedeutete, Weise anwenden.
- 46r[3] 'Inhaltlich gedeutet besagt diese Formel ...' heißt also: "diese Formel kann man in die Worte kleiden: ..."
- 46r[4] & 46v[1] Die ganze Idee des inhaltlichen Deutens beruht auf der Auffassung der Mathematik als einer Physik der 'mathematischen Gegenstände'.

- 46v[2] & 47r[1] Ich will doch immer sagen: Mathematische Wahrheit & Falschheit entspricht in ihrer Anwendung nicht (der) Wahrheit & Falschheit nicht-mathem. Sätze sondern der Unterscheidung von Sinn & Unsinn. Einer math. Unmöglichkeit entspricht die Ausschaltung einer Satzform aus der Klasse der Erfahrungssätze.
- VB & 47v[1] Die Sprache der Philosophen ist schon eine, gleichsam durch zu enge Schuhe, deformierte.
- 47v[2] Wann deutet man inhaltlich? *Vor* der Anwendung?
- 47v[3] & 48r[1] "Der math. Satz, wie wir ihn gewöhnlich auffassen, hat doch einen Inhalt!" – D.h.: wir fassen ihn doch als *Satz* auf, nicht als *leere* Figurengruppe! – Nun das kommt offenbar daher, daß die Zeichen des math. Satzes Zeichen (Worte) unsrer *Sprache* sind.
- 48r[2] Sind aber auch die freien Variablen Wörter unsrer Sprache? Nun ich könnte sie doch jedenfalls im Ausdruck von Spielregeln verwenden. "Wenn immer ich ' $x + 1$ ' sage sollst Du ' $1 + x$ ' sagen".
- 48r[3] & 48v[1] Nun wird davon gesprochen, daß man die Formeln der Math. entweder als bloße Figurengruppen, Spielstellungen, oder als Informationen über math. Gegenstände betrachten kann. Erstens: man kann jeden Satz als alles mögliche betrachten, alle mögliche Vorstellungen etc., mit ihm verbinden. Aber diese Mannigfaltigkeit interessiert mich hier nicht.

- 48v[2] & 49r[1] Heißt 'die Formel als Information betrachten': mich so & so zu ihr stellen? Dann will ich wissen, worin diese Stellungnahme besteht, um zu sehen, ob sie mich, & in wie weit sie mich interessiert. Ich verstehe, was es heißt, 'die Formel als Information zu *benützen*'. Auch: 'die Formel im Hinblick auf diese Verwendung ableiten'; & Ähnliches.
- 49r[2] & 49v[1] Die philosophische Lösung hat mit einer mathematischen nichts zu tun. Ob das mathematische Problem gelöst oder ungelöst ist – es gibt immer eine philosophische Lösung, d.h., eine Lösung des von der jeweiligen Situation dargebotenen philosophischen Problems. Das heißt natürlich nicht, daß uns mathem. Lösungen nicht interessieren können. Im Gegenteil: sie schaffen neue Situationen, neue philosophische *Probleme*.
- 50r[1] Es heißt aber, daß ich, um zu philosophieren, nicht den mathematischen Entdeckungen (z.B. auf dem Gebiet der Grundlagenprobleme) nachjagen *muß*.
- 50r[2] Ich soll Beispiele einer Technik geben, die sich *muß* anwenden lassen, welche math. Probleme immer gelöst oder ungelöst sind.
- 50r[3] & 50v[1] & 51r[1] Wir reden z.B. kurzweg von math. Problemen & dabei ist die *Natur* so eines Problememes uns gar nicht klar. Z.B.: inwiefern wird das Problem erst durch seine Lösung klar? Aber was heißt das? – Nun: inwiefern gewinnt, so bald die Lösung bekannt ist dadurch die Frage selbst einen andern Aspekt? Diese Fragestellung ist freilich noch ganz unklar. Was ich untersuchen will ist (offenbar) die Grammatik von mathematischer Frage & Antwort.

- 51r[2] & 51v[1] Und nicht darum handelt es sich, zu zeigen, daß die Frage in der Math. von der nicht math. Frage *völlig* verschieden ist; sondern zu zeigen, wie, was wir 'Frage' & 'Antwort' nennen, durch Zwischenstufen von *einem* in etwas *völlig* anderes übergehen kann. Oder; daß, wo wir die sprachlichen Formen der Frage & Antwort antreffen das *Sprachspiel*, in dem sie fungieren, verschiedensten Charakter tragen kann.
- 51v[2] Das *Verstehen* der math. Frage. Wie wissen wir, ob wir eine math. Frage verstehen?
- 51v[3] & 52r[1] Eine Frage – kann man sagen – ist ein Auftrag. Und einen Auftrag verstehen, heißt: wissen, was man zu tun hat. Ein Auftrag kann natürlich ganz vag sein – z.B., wenn ich sage: "Bring ihm etwas was ihm gut tut!" Aber dies kann heißen: denk an ihn, seinen Zustand, etc., in freundlicher Weise & dann bring ihm etwas, was Deiner Gesinnung gegen ihn entspricht.
- 52r[2] & 52v[1] Es scheint klar: wir verstehen, was es heißt: "kommt die Ziffernfolge ... in den Entwicklungen von π vor?" Es ist ein deutscher Satz, man kann zeigen, was es heißt, "415." komme in π vor und ähnliches. Nun, soweit solche Beispiele reichen *soweit*, kann man sagen, versteht man jene Frage.
- 52v[2] Die Frage ist: Können wir uns denn darin nicht irren, daß wir eine Aussage verstehen?

- 52v[3] & 53r[1] Denn mancher math. Beweis führt uns eben dazu(, zu sagen), daß wir uns *nicht* vorstellen können, was wir glaubten, uns vorstellen zu können. (Z.B. die Konstruktion des 7-Ecks.) Er führt uns dazu (eben das) zu revidieren, was wir für den Bereich des Vorstellbaren hielten.
- 53r[2] Die math. Frage ist eine Herausforderung. Und man könnte sagen: sie hat Sinn, wenn sie uns zur Tätigkeit anspricht.
- 53r[3] & 53v[1] Man könnte dann auch sagen, eine Frage in der Math. habe Sinn, wenn sie die mathem. Phantasie anregt.
- 53v[2] Kann sich nun so eine Frage als unsinnig erweisen? D.h., können wir dazu gebracht werden, die Suche nach einer Antwort aufzugeben?
- 53v[3] Das 'Verstehen' einer math. Frage – will ich sagen – wenn man nicht zwischen verschiedenen Arten des Verstehens unterscheiden will, ist ein verschwommener & irrelevanter Begriff.
- 54r[1] Wenn wir die Math. betrachten, so laß uns nicht Seelenzustände betrachten, sondern Rechnungen & ihre Anwendungen.
- 54r[2] & 54v[1] Wenn Brouwer sagt, für den Satz ... gelte nicht der Satz vom ausgeschlossenen Dritten, so ist das insofern wahr, als nicht von vornherein klar ist daß dieser Satz mit Recht zu bejahen oder zu verneinen ist. D.h.: dieses satzartige Gebilde ist mit dem was wir Satz zu nennen gewohnt sind nur in sehr loser Weise vergleichbar. Und das ist richtig.
- 54v[2] Der Mathematiker entdeckt im gewissen Sinne *Frage & Antwort*.

- 54v[3] & 55r[1] Russell's Idee, daß erst die Erfüllung des Wunsches zeigt was wir gewünscht haben trifft für die mathematischen Wünsche wirklich zu.
- 55r[2] Wenn der Diagonalbeweis etwas tut, so ist es, daß er unsern Begriff vom System *ändert*.
- 55r[3] & 55v[1] Hier muß man aber unterscheiden zwischen dem Begriff *in* der Math. & außerhalb der Math.. Nur von *diesem* müssen wir sagen er habe sich geändert. Hier darf man nicht dogmatisch sein wollen: Von manchem neuen Beweis wird man zu sagen geneigt sein, er ändere unsern Begriff, von manchem – sozusagen trivialen – nicht. Aber für uns ist gerade der Übergang zwischen der Geneigtheit, das eine, & der, das andere zu sagen, das Wichtige.
- 55v[2] & 56r[1] *Kann* man, z.B., sagen, es ändere unsern Begriff von der Ellipse, wenn wir ihre Gleichung in Cartesischen Koordinaten finden, nachdem wir sie früher durch die Konstanz der Leitstrahlensumme definiert hatten? Ich frage: "Kann man sagen ..." nicht "*muß* man sagen ...". D.h.: kann man ein Argument für eine solche Auffassung der Sachlage geben?
- 56r[2] & 56v[1] Ich will sagen: zwei Beweise muß man als Beweise desselben Satzes *anerkennen*.

- 56v[2] & 57r[1] Kann man sagen, es ändere unsern Begriff des Drittels daß es sich durch '0'3' ausdrücken läßt? Ist es nicht einfach eine neue *Beziehung* des Drittels zu etwas anderem die wir zeigen? Wohl; aber eine interne Beziehung. Nachdem wir z.B. die periodische Division verstehen gelernt haben, sind wir nun bereit bei jeder Gelegenheit vom Ausdruck $\frac{1}{3}$ auf den '0'3' überzugehen; auf diese Weise $\frac{1}{3}$ mit andern Brüchen zu vergleichen, etc.
- 57r[2] Aber hier ist das, was ich unter dem *Begriff* verstehe noch ganz undeutlich. Freilich, ich denke dabei an die Technik des Gebrauchs eines Ausdrucks. Gleichsam das Eisenbahnnetz das für ihn von uns gebaut ist.
- 57v[1] Ramsey hatte ganz recht daß man in der Philosophie weder 'woolly' noch scholastisch sein darf. Ich glaube allerdings nicht, daß er gesehen hat, wie das anzustellen sei; denn die Lösung ist nicht: wissenschaftlich sein.
- 57v[2] & 58r[1] Für uns sind gerade die steileren oder lascheren Abhänge der Begriffe interessant. Denn in diesem Abfallen liegt unsre Berechtigung etwas so oder anders zu nennen.
- 58r[2] Es ist oft ganz genügend für uns, zu zeigen, daß man etwas nicht *so* nennen *muß*; daß man es *so* nennen kann. Denn *das* schon ändert unsre Anschauung der Gegenstände.
- 58v[1] In diesem Sinne waren meine dogmatischen Äußerungen unrecht. Aber sie könnten richtig gestellt werden wenn man dort, wo ich sagte: "man muß das so ansehen", sagt: "man kann das auch so ansehen". Und es wäre falsch, nun zu glauben, daß dem Satz dadurch die eigentliche Kraft genommen ist.

- 58v[2] Mit mir scheint sich etwas Schlimmes zu ereignen. – – –
- 59r[1] & 59v[1] Niemand würde sagen, wir erhielten einen neuen Begriff von der Zahl 5 indem wir lernen, daß $5 \times 27 = 135$ ist. Aber mir scheint, das widerspreche meiner Idee nicht; es zeige nur, daß es hier alle möglichen Abstufungen gebe. Man würde es z.B. nicht eine 'interessante Eigenschaft der 5' nennen, daß $5 \times 27 = 135$ ist. – Aber unter Umständen, ich meine, etwa in einer beginnenden Arithmetik könnte es eine interessante Eigenschaft der 5 sein.
- 59v[2] Und ich will (wie schon oft bemerkt) sagen, daß jede 'mathematische Eigenschaft' in Wahrheit das Merkmal eines Begriffes, nicht wirklich seine Eigenschaft ist.
- 59v[3] Der Beweis ist etwas was man auswendig lernen könnte.
- 60r[1] Wenn man sagte, daß jede neue *Art* der Rechnung die Begriffe ändert, so hätte man hier die gleiche Vagheit im Begriff 'neue Art der Rechnung' wie in dem der Änderung des Begriffes.
- 60r[2] & 60v[1] Denke, man spräche von Begriffen & Begriffsbahnen. Natürlich ist das vag & soll vag sein. Oder, wie man ja wirklich tut, von 'Begriffsverbindungen'. Wie weit man dann von neuen Begriffsverbindungen sagen soll, sie änderten die Begriffe, bleibt offen.
- 60v[2] 'Du machst neue Begriffsbahnen' heißt: Du schaffst neue Mittel – der Darstellung.
- 60v[3] & 61r[1] Und 'Darstellung' soll hier ein ganz allgemeiner Begriff sein & zwar nicht, vor allem die, sozusagen, müßige Abbildung, sondern die in irgend einer Tätigkeit funktionierende.

- 61r[2] (Die Karten des Musterwebstuhls.)
- 61r[3] & 61v[1] Will ich sagen, daß die Mathematik (uns) zeigt, welche Verbindungen *vorstellbar* sind, *in dem alten Sinne*, in welchem man immer von denkbar & vorstellbar sprach?
- 61v[2] Vergiß nie, daß die *Anwendung* der Mathematik nicht in der Math. liegt.
- 61v[3] & 62r[1] Oder: Wenn wir *in* der Math. eine Information zu erhalten glauben, so ist das nur eine Scheininformation, die eigentliche Information liegt *außerhalb* der Math. D.h.: laß Dich nie verleiten, die Mathem. als Naturgeschichte der Zahlen, Operationen etc., zu sehen!
- 62r[2] Wenn ich sagte: “vorstellbar *im alten Sinne*”, – so kann das natürlich auch ein sehr vager Sinn sein; aber doch ein Sinn mit weiter Anwendung.
- 62r[3] ‘Die Mathematik eine Grammatik? Aber sie hilft uns ja Vorhersagen machen!’ – Sie *hilft* uns.
- 62r[4] & 62v[1] Was ist an dem Parallelismus des Rechnens mit dem Naturgeschehen. Die Ansicht ist, daß wir an einem gewissen Punkt die Natur sich selbst überlassen & nun für uns rechnen, & daß wir dann die Natur wieder treffen & sehen daß wir beide den gleichen Weg gegangen sind.
-
- 62v[2] & 63r[1] Ein philosophisches Problem ist wie eine schwere Krankheit von der ich mich & Andere befreien muß.

63r[2] Eine 'Erklärung' ist etwas nur unter gewissen Umständen.

63r[3] Unter welchen Umständen ist es eine Erklärung des Sprachspiels 'Farbige Gegenstände bringen' zu sagen es beruhe auf den Farbeneindrücken der Beteiligten?

63r[4] & 23.08.1941

63v[1]

Meine Seele hat so viel in diesen letzten Monaten gelitten, daß sie völlig krank ist & ich an meine Arbeit nicht ernst denken kann ohne *Üblichkeit* zu verspüren. – Es rächt sich hier ein großes Unrecht. Ich wurde empfindlich gekränkt & habe es vielleicht verdient so gekränkt zu werden, wenn das das Los derer ist, die sich nicht zügeln können & sich daher aufdrängen.

63v[2] & Gefühl, daß man die Sehne mit dem Daumen zurückschieben
64r[1] kann, die doch den Daumen zieht. (Kausale Deutung.)
(Aufblasen der Wangen)

64r[2] 06.09.1941

'Wie, es gibt nur *Benahmen*, & alles, was ich da vor mir sehe, ist nichts?!' Welch ein Unsinn! Was heißt es: "ist, was ich da vor mir habe, nichts?" –

64r[3] & Nimm an man fragte: 'Ist, was ich da vor mir habe, *etwas*, oder
64v[1] *nichts?*' –

- VB & Die Personen eines Dramas erregen unsere Teilnahme, sie sind
64v[2] & uns wie Bekannte, oft wie Menschen die wir lieben oder has-
65r[1] sen: Die Personen im zweiten Teil des Faust erregen unsere
Teilnahme gar nicht! Wir haben nie die Empfindung als kenn-
ten wir sie. Sie ziehen an uns vorüber wie Gedanken nicht wie
Menschen.
- 65r[2] ‘Aber *meinen* wir denn nicht wenigstens etwas ganz Bestimm-
tes, wenn wir auf eine Farbe hinschauen & den Farbeindruck
benennen wollen?’ Es ist doch förmlich als lösten wir den
Farbeindruck, wie eine Haut, von dem Gesehenen ab. (Dies
sollte unsern Verdacht erregen.)
- 65r[3] & Alles kommt darauf hinaus, daß, was wir eine ‘*Beschreibung*’
65v[1] & nennen, schon ein ganz bestimmtes Instrument ist. Etwa wie
66r[1] eine Maschinenzeichnung, ein Schnitt ein Aufriß mit den Ma-
ßen, die auf ganz bestimmte Weise zu verwenden sind. Wenn
man an eine Beschreibung als ein Wortbild der Tatsache denkt,
so ist das in gewisser Weise irreführend, weil man dabei etwa
nur an Bilder denkt, wie sie an unsern Wänden hängen, die
schlechtweg zu zeigen scheinen, wie ein Ding aussieht,
beschaffen ist.
- 66r[2] ‘Ich weiß, wie *mir* die Farbe Grün erscheint’. – Nun, das hat
doch einen Sinn! – Gewiß; welche Verwendung des Satzes
denkst Du Dir?

66r[3] & 66v[1] & 67r[1] Einer malt ein Bild um zu zeigen, wie er sich etwas (sagen wir, eine Scene) vorstellt. Nun sagt man etwa: Dies Bild hat eine doppelte Funktion: es teilt Andern etwas mit, wie Bilder oder Worte eben etwas mitteilen, aber für den Mitteilenden ist es noch eine Darstellung (oder Mitteilung?) anderer Art: für ihn ist es das Bild seiner Vorstellung, wie es das für keinen Andern sein kann. Sein privater Eindruck des Bildes sagt, was er sich vorgestellt hat in einem Sinne in dem es das Bild für die Andern nicht kann. Aber wenn wir den Begriff des Darstellens & Mitteilens eben von der Mitteilung an Andere hergenommen haben, – warum nennen wir da etwas zugegebenermaßen *ganz anderes* auch ‘mitteilen’ & ‘darstellen’? Und mit welchem Recht redest Du in diesem zweiten Falle von Darstellung oder Mitteilung?

67r[2] & 67v[1] & 68r[1] Wenn mein Bild oder meine Worte für mich durch meinen Eindruck begründet sind, in einem ähnlichen Sinne, wie sie für die Andern durch die Beschaffenheit der Allen gemeinsamen Dinge begründet sind, so muß es im Privaten, wie im Verkehr zwischen den Menschen, Regeln geben die die Darstellung rechtfertigen. Nun kann ich mir freilich das subjektive Bild eines der-Regel-Folgens vorstellen; aber folgt *der* einer Regel, der einer Regel zu folgen glaubt? Was ist das Kriterium dafür daß man einer Regel folge? Ist ‘ich folge der Regel ...’ eine subjektive Äußerung wie ‘ich habe Schmerzen’?

68r[2] 20.09.1941

Ist eine Wunde etwas, was man wegdenken kann?! Du kannst der Sache den oder einen Stachel nehmen, aber die Verletzung hört nun darum nicht auf, zu schmerzen.

68v[1] Die Waage auf der man die Eindrücke wägt – könnte man sagen – ist nicht der *Eindruck* von einer Waage. – Wollte man nun fortsetzen: ‘sondern eine *wirkliche* Waage’, so wäre dies zwar richtig, aber insofern irreführend weil der Ton nicht auf der Unterscheidung zwischen wirklich & unwirklich liegt.

68v[2] & 23.09.1941

69r[1]

Denke ernstlich daran meine Stelle niederzulegen. Bin in schwerer Sorge.

69r[2] 29.09.1941

Siehst Du ein Ding von *einer* Seite, so kannst Du’s nicht von der andern sehn. Deckst Du die eine Seite auf, so deckst Du damit die andere zu.

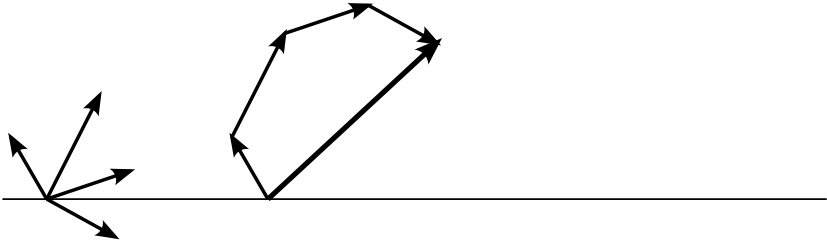
69r[3] &

69v[1]

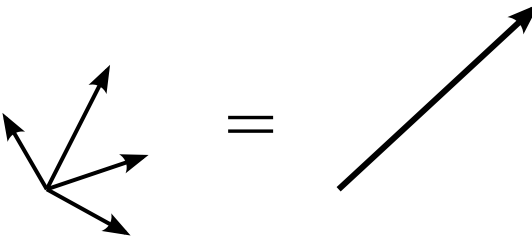
Ein Bild kann *an sich* faszinieren & sich uns zum Gebrauch aufdrängen ganz unabhängig von Richtigkeit & Unrichtigkeit. So ein Bild entwirft die Psychoanalyse & es wäre interessant *seine* Macht durch Überlegungen, ähnlich denen der Psychoanalyse, zu erklären.

69v[2]

Ich prüfe 3 Zahlen darauf hin, ob sie addiert 1’000 ergeben. Ich seh’ es ihnen nicht an. Ich wende die Regeln der Addition auf sie an.



70r[1] & Ich weiß nicht, ob sie das ergeben werden. Haben sie es erge-
 70v[1] ben, so nehme ich nun die Zeichnung als Vorlage für alle
 künftigen Fälle. Oder ich nehme



als Regel an. *Als Regel:* denn die Konstruktion dient mir ja nicht
 als Experiment. Ihr Ergebnis für mich ist, daß ich *dies* nun als
 Paradigma zur Beurteilung einer Klasse von Fällen anwenden
 werde. Ich entscheide nämlich, es gebe eine *richtige* Addition,
sie hätte dies Resultat.

70v[2] Der Beweis zeigt *wie* das Resultat zustande kommt.

70v[3] Niemand weiß besser als ich oder so gut wie ich, wie schwach
 diese Arbeit ist. Daß ich mit schwachen Beinen dort atemlos
 anlange wo ich noch bei voller Kraft sein sollte.

70v[4] Nicht von der Gleichung aber von dem Beweis kann man
 sagen: " *ergebend.*"

- 71r[1] Man könnte ja auch, so seltsam es klänge, von einem Beweis sagen, er sei das Bild eines Menschen, das & das beweisend, oder den & den Satz aus diesen erzeugend.
- 71r[2] & Ich untersuche drei Zahlen darauf hin, ob sie addiert 1000
71v[1] ergeben. Ich addiere sie: spreche *diese* Worte, schreibe das & das an. – Ist das geschehen so nenne ich das Gesprochene & Geschriebene einen Beweis & wende ihn auf bestimmte Art an.
- 71v[2] & Du prüfst die drei Zahlen daraufhin ob ihre Summe 1000 er-
72r[1] gibt: Du tust was Du gelernt hast. Wenn dabei 1000 herauskommt, so hast Du nun einen Weg gezeichnet, der von da dorthin führt. Und dieses *Bild* gilt Dir nun als Rechtfertigung dafür daß Du so & so – nach dieser Regel – handelst. Denn Du nimmst das Bild nun als *Bahn* an. Gleichsam als Teil eines Eisenbahnnetzes.
- 72r[2] Dem Kind könnte man doch gewiß die arithmetischen Sätze einprägsamer machen, indem man sie mit Handlung & Bildern umgibt. Und diese Handlung könnte doch einfach dasein dem Beweis & Satz erhöhte Bedeutung beizulegen. Wie man eine Amtsübernahme mit einer Zeremonie umgibt.
- 72v[1] Der Beweis ist ein wichtiger Weg.
- 72v[2] Aber eine Zeremonie könnte man doch auch mit einem wichtigen Experiment verbinden. Natürlich nur mit dem Herstellen der experimentellen Bedingungen.
- 72v[3] & Man könnte doch die Gleichung behaupten, & hätte gar keinen
73r[1] Beweis. Wäre sie dann, wenn auch richtig, nicht gerechtfertigt?

- 73r[2] Was ist die Verbindung des Beweises eines Satzes & seiner Verwendung?
- 73r[3] Wenn ein Beweis den Satz rechtfertigt, so muß er die Anwendung des Satzes rechtfertigen.
- 73r[4] &
73v[1] Der Beweis ein Bild – nur insofern auch eine Erzählung ein Bild ist. Den Beweis ein Bild nennen, heißt ihn eigentlich nur dem *Experiment* entgegensetzen.
- 78v[1] 22.06.1941
- Warum sollte man nicht sagen, der R'sche Widerspruch sage (uns), daß gewisse Konzepte für gewisse Zwecke unbrauchbar sind.
- 78v[2] 'Es ist nicht der Widerspruch sondern die Unklarheit darüber, wie er entsteht, was wir fürchten'. – Und hier tritt uns wieder ein (gewisser) Aberglaube entgegen.
- 78r[1] Der Widerspruch als der eine tödliche Keim in der Mathem. ist verdächtig, weil zu speziell. Die Furcht vor ihm macht den Eindruck der Modefurcht.
- 78r[2] 'Der Widerspruch nimmt dem Kalkül alle Zwangsläufigkeit. Nimmt seinen Gliedern die Steifigkeit.'
- 78r[3] Vergleiche das Rechnen in der Mathematik mit rituellen Handlungen.
- 78r[4] &
77v[1] 'Etwas von etwas aussagen' – Welch ein Begriff! Man sollte fragen: In welcher Art von Symbolismus wäre diese Bildung unmöglich?

- 77v[2] Und wenn sie einen Widerspruch im Gefolge hat – ist *das* das Zeichen, daß sie nichts taugt?
- 77v[3] & 77r[1] Zu der Wahrheit, die uns paßt, gelangen wir nur durch Halbwahrheiten, die uns anwidern. (Wie man die richtige & natürliche Stellung beim Reiten nur auf dem Weg über unangenehme & unnatürliche Stellungen lernt.)
- 77r[2] & 76v[1] Hier haben wir es mit einer eigentümlichen Schwierigkeit zu tun: Wir möchten immer wieder sagen: ‘wenn das nicht so & so wäre, dann könnten wir uns nicht mit einander verständigen, oder, dann könnten wir überhaupt nicht rechnen, etc.’. ‘Wenn wir nicht immer mit dem gleichen Wort auf die & die Farbe reagierten, dann gäbe es keine Verständigung die Farbe eines Gegenstands betreffend’ u.s.f. – Aber hier verfallen wir immer wieder in einen Irrtum.
- 76v[2] Wie würde eine Sprachverwirrung ausschauen? Für wen? Für einen Zuschauer, oder für einen Beteiligten?
- 76v[3] & 76r[1] ‘Wie wird wohl die Zahl aussehen, die ich als Resultat dieser Multiplikation anerkennen werde?’
- 76r[2] At a certain point a philosophical discussion with oneself becomes a kind of bickering, which always means that you’re on a wrong track. Die wichtige Entscheidung liegt dann nämlich wo anders, wo man nicht ist.
- 76r[3] & 75v[1] ‘I know how big this jug appears to me: & this doesn’t mean how many inches, or how much bigger than another object. –’

- 75v[2] (Kurzlebige & langlebige Ideale. Ideale, die sich halten; & solche, die sich nicht halten.)
- 75v[3] & 75r[1] Wenn man in der Philosophie fest macht, was *lose* sein soll, ist es natürlich unmöglich die Wahrheit zu finden. Und es ist nur zu leicht möglich, daß ich diesen Fehler begangen habe.
- 75r[2] ‘Der Beweis muß übersehbar sein’ – d.h.: “sich im Beweis ergeben” bedeutet nicht: unter bestimmten Bedingungen entstehen, sondern: als Ende eines Beweises anerkannt werden.
- 75r[3] & 74v[1] ‘Freiheit der Math.’ – Die Entscheidung ist frei, heißt einfach, daß, wieviele Regeln wir auch geben, wir noch eine geben könnten, die jede beliebige Entscheidung mit der Stufe auf der sie geschieht, erklärt.
- 74v[2] Sind die Rosen rot im Finstern? – Man kann an die Rose im Finstern als rot denken. –
- 74v[3] Ein Wort in dieser, oder in einer andern Bedeutung *hören*. Der Lehrer sagt der Schüler ist ein Esel.
- 74v[4] & 74r[1] Die Vorstellung von einem Vorgang, den wir nicht sehen, wird oft ein Fluch statt ein Segen. A particular form of causal structure of reasoning becomes a curse from having been a blessing.