



Wittgenstein's Writings

Ms-125

Ms-125

Ludwig
Wittgenstein

1r[1] & 28.12.1941

1v[1] &
2r[1]

Habe nichts zu schreiben fühle mich aber so leer & deprimiert, daß es eine Erleichterung ist *irgend etwas* aufzuschreiben. Bin sehr schwermütig. Denke viel an Francis, aber immer nur mit Reue wegen meiner Lieblosigkeit; nicht mit Dankbarkeit. Sein Leben & Tod scheint mich nur anzuklagen, denn ich war in den letzten 2 Jahren seines Lebens sehr oft sehr lieblos & im Herzen untreu gegen ihn. Wäre er nicht so unendlich sanftmütig & treu gewesen, so wäre ich *gänzlich* lieblos gegen ihn geworden. An meine Freunde in Wien denke ich beinahe gar nicht. Koder hat geheiratet & ich kann daher nicht mehr an ihn denken, oder: im Geiste sehen, da eine Wand vor ihn getreten ist. Wäre er gestorben so wäre die Erinnerung an ihn nicht ausgelöscht; so aber scheint auch sie entwertet. Keith sehe ich oft, und was das eigentlich heißt, weiß ich nicht. – Verdiente Enttäuschung, Bangen, Sorge. Unfähigkeit, mich in einer Lebensweise niederzulassen. Nur wenige, kurze Stunden des Glücks in *langen* Strecken von Traurigkeit: Traurigkeit der *schlimmen* Art. Ich habe kein *positives* Leben, oder einen Zweck oder Ziel. Ich fahre fort zu leben, ohne eigentliche Hoffnung. Bei der Arbeit – die manuell ist – ist mir am wohlsten. Ich denke da oft mit Trauer an Fr., aber die Trauer ist ruhig & nicht schlecht.

2v[1] Manchmal, wie heute, scheint mir mein Leben kaum erträglich. Es scheint durch verschiedene Umstände zu einem Schluß gekommen zu sein, während ich noch bei guter Gesundheit & gar nicht alt bin.

2v[2] & 03.01.1942

3r[1] Jedes Wort steht in einem Feld von Beziehungen, an einem bestimmten Punkt des Sprachfeldes: Wer also geneigt ist dies Wort zu wählen & nicht jenes, wählt *einen* Ort des Feldes statt eines anderen, eine Gruppe von Beziehungen statt einer anderen.

3r[2] 04.01.1942

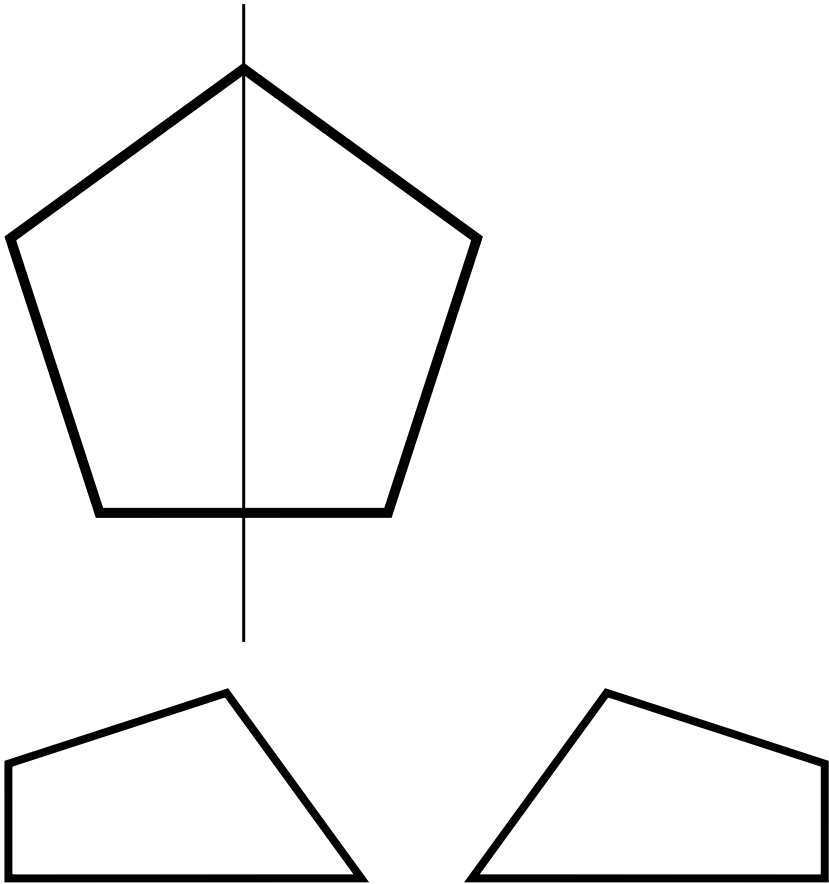
Warum sind die Menschen viel mehr geneigt für das Charakteristische des Gedächtnisses ein Gesichtsbild zu halten, als 'eine Rede'. Man ist geneigt von "bloßen Worten" zu reden, aber nicht von einem "bloßen Gesichtsbild". Die Weise, wie ein Bild anzuwenden ist scheint viel selbstverständlicher als die Weise wie Sätze anzuwenden sind.

VB &
3v[1] Der Mathematiker (Pascal) der die Schönheit eines Theorems der Zahlentheorie bewundert; er bewundert gleichsam eine Naturschönheit. Es ist wunderbar, sagt er, welche herrliche Eigenschaften die Zahlen haben. Es ist als bewunderte er die Gesetzmäßigkeiten eines Kristalls

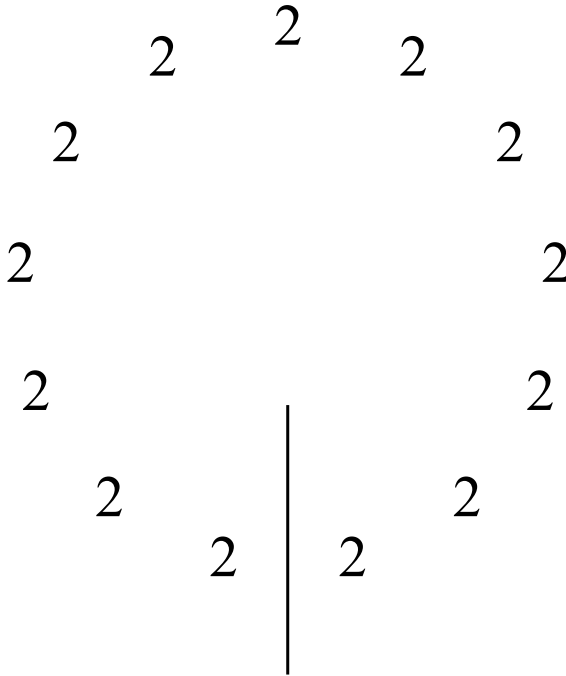
VB &
3v[2] Man könnte sagen: welche herrliche Gesetze hat der Schöpfer in die Zahlen gelegt!

VB &
4r[1] Wolken kann man nicht *bauen*. Und darum wird die *erträumte* Zukunft nie wahr.

VB & 4r[2] & 4v[1] Ehe man ein Flugzeug hatte hat man Flugzeuge erträumt & wie die Welt mit ihnen aussehen würde. Aber, wie die Wirklichkeit nichts weniger als diesem Traume glich, so hat man überhaupt keinen Grund zu glauben, die Wirklichkeit werde sich zu dem entwickeln, was man träumt. Denn unsre Träume sind voll Tand, gleichsam Papiermützen & Kostüme.



4v[2] & 5r[1] Beweis, daß zwei so aussehende Figuren das regelmäßige 5-Eck geben.



5r[2] Wenn ich die '2' ringsherum getreu kopiere so ist das letzte Zeichen dasselbe wie das erste.

5r[3] & 5v[1] Betrachte den mathematischen Satz als eine Bildbeschreibung; also so wie man etwa den Satz betrachten kann: "Der Engel führt Petrus aus dem Gefängnis". (Beachte das Präsens.) Man könnte statt des Satzes eine Partizipialkonstruktion setzen: "Petrus vom Engel aus dem Gefängnis geführt".

5v[2] Der Beweis zeigt 50 + 25 75 gebend.

5v[3] Man kann das Sprachspiel, im allgemeinen, nicht rechtfertigen. So tun wir's.

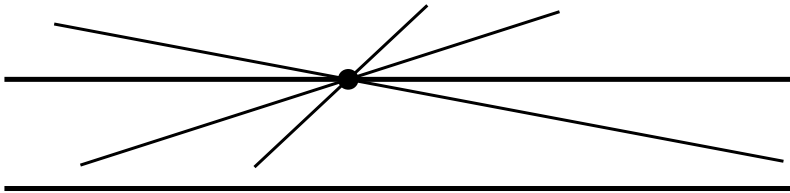
RFM IV & 5v[4] "Die Axiome eines mathematischen Axiomensystems sollen einleuchtend sein." Wie leuchten sie denn ein?

RFM IV & 6r[1] Wie wenn ich sagte: *so* kann ich mir's am leichtesten vorstellen. Und hier ist Vorstellen nicht ein bestimmter seelischer Vorgang bei dem man zumeist die Augen schließt, oder mit den Händen bedeckt.

RFM IV & 6r[2] & 6v[1] Was sagen wir, wenn uns so ein Axiom dargeboten wird, z.B. das Parallelenaxiom? Hat Erfahrung uns gezeigt, daß es sich so verhält?

Nun vielleicht; aber *welche* Erfahrung? Ich meine: Erfahrung spielt eine Rolle; aber nicht die, die man unmittelbar erwarten würde. Denn man hat ja doch nicht Versuche gemacht & gefunden, daß wirklich nur *eine* Gerade die andre Gerade nicht durch den Punkt schneidet. Und doch leuchtet der Satz ein. – Wenn ich nun sagte: es ist ganz gleichgültig, warum er einleuchtet. Genug: wir nehmen ihn an. Wichtig ist nur, wie wir ihn gebrauchen.

RFM IV & 6v[2] Der Satz beschreibt ein Bild. Nämlich dieses:



RFM IV & 7r[1] Dies Bild ist uns annehmbar. Wie es uns annehmbar ist, die ungenaue Kenntnis einer Zahl durch Abrunden auf ein Vielfaches von 10 anzudeuten.

RFM IV & 7r[2] 'Wir nehmen diesen Satz an.' Aber als *was* nehmen wir ihn an?

RFM IV & Ich will sagen: Wenn der Wortlaut des Parallelen-Axioms, z.B.,
7r[3] & gegeben ist (& wir die Sprache verstehen) so ist die Art der
7v[1] Verwendung dieses Satzes, & also sein Sinn, noch gar nicht be-
stimmt. Und wenn wir sagen, er leuchtet uns ein, so haben wir
damit, ohne es zu wissen, schon eine bestimmte Art der Ver-
wendung des Satzes gewählt. Der Satz ist kein mathematisches
Axiom, wenn wir ihn nicht gerade *dazu* verwenden.

RFM IV & Daß wir nämlich hier nicht Versuche machen, sondern das Ein-
7v[2] & leuchten gelten lassen legt schon die Verwendung fest. Denn
8r[1] wir sind ja nicht so naiv, das Einleuchten statt des Versuchs
gelten zu lassen.

RFM IV & Nicht, daß er uns als wahr einleuchtet, sondern daß wir das
8r[2] Einleuchten gelten lassen, macht ihn zum mathem. Satz.

RFM IV & Lehrt uns die Erfahrung daß zwischen je 2 Punkten eine Gera-
8r[3] & de möglich ist? Oder, daß zwei verschiedene Farben nicht an
8v[1] einem Orte sein können? Man könnte sagen: die *Vorstellung*
lehrt es uns. Und darin liegt die Wahrheit; man muß es nur
recht verstehen.

RFM IV & Vor dem Satz ist der Begriff noch geschmeidig.

8v[2]
RFM IV & Aber könnten nicht Erfahrungen uns bestimmen das Axiom zu
8v[3] verwerfen?!

Ja. Und dennoch spielt es nicht die Rolle des Erfahrungssatzes.

- RFM IV & 8v[4] & 9r[1] Warum sind die Newtonschen Gesetze keine Axiome der Mathematik? Weil man sich sehr wohl vorstellen könnte, daß es sich anders verhielte. Aber – will ich sagen – dies schreibt jenen Sätzen nur eine gewisse Rolle im Gegensatz zu einer andern zu. D.h.: von einem Satz zu sagen: ‘man könnte sich das auch anders vorstellen’ oder ‘man kann sich auch das Gegenteil davon vorstellen’, schreibt ihm die Rolle des Erfahrungssatzes zu.
- RFM IV & 9r[2] & 9v[1] Der Satz den man sich nicht anders als wahr soll vorstellen können hat eine andere *Funktion* als der für den es sich nicht so verhält.
- RFM IV & 9v[2] Die mathem. Axiome funktionieren dergestalt, daß, wenn Erfahrung uns dazu bewegte, ein Axiom aufzugeben, sein Gegenteil damit nicht zum Axiom würde. ‘ $2 \times 2 \neq 5$ ’ heißt nicht, ‘ $2 \times 2 = 5$ ’ habe sich nicht bewährt.
- RFM IV & 9v[3] Man könnte den Axiomen, sozusagen, ein spezielles Behauptungszeichen vorsetzen.
- RFM IV & 9v[4] & 10r[1] Axiom ist etwas nicht *dadurch*, daß wir es als äußerst wahrscheinlich, ja als gewiß, anerkennen, sondern dadurch, daß *wir* ihm eine bestimmte Funktion zuerkennen & eine, die der des Erfahrungssatzes widerstreitet.
- RFM IV & 10r[2] Wir geben dem Axiom eine andere Art der Anerkennung als dem Erfahrungssatz. Und damit meine ich nicht daß der ‘seelische Akt des Anerkennens’ ein anderer ist.
- RFM IV & 10v[1] Das Axiom ist, möchte ich sagen, ein anderer Redeteil.

- RFM IV & 10v[2] Man nimmt, wenn man das math. Axiom, das & das sei möglich, hört, ohne weiters an, man wisse, was hier 'möglich sein' bedeutet; weil die Satzform uns natürlich geläufig ist.
- RFM IV & 10v[3] & 11r[1] Man wird nicht gewahr, wie verschiedenerlei die Verwendung der Aussage, etwas sei möglich, ist & kommt nicht auf den Gedanken, nach der besondern Verwendung in diesem Fall, zu fragen.
- RFM IV & 11r[2] Ohne die Verwendung im geringsten zu übersehen, können wir hier gar nicht zweifeln, daß wir den Satz verstehen.
- RFM IV & 11r[3] & 11v[1] Ist der Satz, daß es keine Wirkung in die Ferne gibt von dem Geschlecht der math. Sätze? Man möchte da auch sagen: der Satz ist nicht dazu bestimmt eine Erfahrung auszudrücken, sondern daß man sich etwas nicht anders vorstellen könne.
- RFM IV & 11v[2] & 12r[1] Zu sagen zwischen zwei Punkten sei – geometrisch – immer eine Gerade möglich, heißt: Von mehr als zwei Punkten zu sagen, sie lägen auf einer Geraden ist eine Aussage; es von zweien zu sagen ist keine.
- RFM IV & 12r[2] So wie man sich auch nicht fragt, was ein Satz der Form "Es gibt kein ..." (z.B. "Es gibt keinen Beweis dieses Satzes") im besonderen Fall bedeutet. Auf die Frage was er bedeutet antwortet man dem Anderen & sich selbst mit einem Beispiel des Nicht-existierens.
- RFM IV & 12r[3] & 12v[1] Der math. Satz steht auf vier Füßen, nicht auf dreien; er ist überbestimmt.

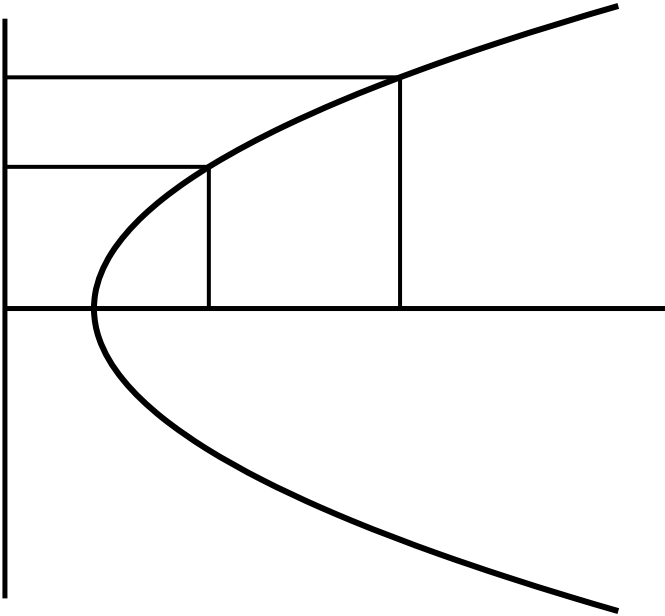
- RFM IV & 12v[2] Wenn wir das Tun eines Menschen, z.B., durch eine Regel beschreiben, so wollen wir, daß der, dem wir die Beschreibung geben, durch Anwendung der Regel wisse, was im besonderen Fall geschieht. Gebe ich ihm nun durch die Regel eine indirekte Beschreibung?
- RFM IV & 12v[3] & 13r[1] Es gibt natürlich einen Satz, der sagt: wenn Einer die Zahlen ... nach den & den Regeln zu multiplizieren trachtet so erhält er
- RFM IV & 13r[2] Eine Anwendung des math. Satzes muß immer das Rechnen selber sein. Das bestimmt das Verhältnis der Rechentätigkeit zum Sinn der math. Sätze.
- RFM IV & 13r[3] Wir beurteilen Gleichheit & Übereinstimmung nach den Resultaten unseres Rechnens, darum können wir nicht das Rechnen mit Hilfe der Übereinstimmung erklären.
- 13v[1] Seit zehn Tagen schreibe ich wieder, trotz körperlicher Arbeit & schwacher Gesundheit. Das zeigt wie unabhängig Ideen (wenn auch schwache) von äußeren Umständen sind. Bin körperlich *sehr* matt.
- RFM IV & 13v[2] Wir beschreiben mit Hilfe der Regel: Wozu? Warum das ist eine andre Frage.
- RFM IV & 13v[3] & 14r[1] 'Die Regel, auf diese Zahlen angewandt, gibt jene' könnte heißen: der Regelausdruck auf den Menschen angewendet läßt ihn aus diesen Zahlen jene erzeugen.
- RFM IV & 14r[2] Man fühlt ganz richtig daß dies *kein* math. Satz wäre.

- RFM IV & 14r[3] Der math. Satz setzt einen gewissen Weg fest.
- RFM IV & 14r[4] & 14v[1] Es ist kein Widerspruch daß er eine Regel ist und nicht einfach festgesetzt, sondern nach Regeln erzeugt wird.
- RFM IV & 14v[2] Wer mit einer Regel beschreibt, weiß selbst auch nicht mehr als er sagt. D.h., er sieht auch nicht die Anwendung voraus, die er im besondern Fall von der Regel machen wird. Wer "u.s.w." sagt, weiß selbst auch nicht mehr als "u.s.w."
- RFM IV & 14v[3] & 15r[1] Wie könnte man Einem erklären, was der zu tun hat, der einer Regel folgen soll?
- RFM IV & 15r[2] & 15v[1] Man ist versucht zu erklären: vor allem tu das *Einfachste* (wenn die Regel z.B. ist immer das gleiche zu wiederholen). Und daran ist natürlich etwas. Es ist von Bedeutung, daß wir sagen können, es sei einfacher eine Zahlenreihe anzuschreiben, in der jede Zahl gleich der vorhergehenden ist, als eine Reihe, in der jede Zahl um 1 größer ist als die vorhergehende. Und wieder, daß dies ein einfacheres Gesetz ist als das, abwechselnd 1 und 2 zu addieren.
- RFM IV & 15v[2] & 16r[1] Ist es denn nicht übereilt, einen Satz, den man an Stäbchen & Bohnen erprobt hat, auf Wellenlängen des Lichts anzuwenden? Ich meine: daß $2 \times 5000 = 10000$ ist. Rechnet man wirklich damit, daß, was sich in so viel Fällen bewahrheitet hat, auch für diese stimmen muß? Oder ist es nicht vielmehr, daß wir uns mit der arithmetischen Annahme noch *gar* nicht binden?
- RFM IV & 16r[2] Die Arithm. als die Naturgeschichte (Mineralogie) der Zahlen. *Wer* spricht aber so von ihr? Unser ganzes Denken ist von dieser Idee durchsetzt.

- RFM IV & 16r[3] & 16v[1] & 17r[1] Die Zahlen sind Gestalten (ich meine nicht die Zahlzeichen) & die Arithm. teilt uns die Eigenschaften dieser Gestalten mit. Aber die Schwierigkeit ist da, daß die Eigenschaften der Gestalten *Möglichkeiten* sind; nicht die gestaltlichen Eigenschaften der Dinge, die die Gestalt haben. Und diese Möglichkeiten wieder entpuppen sich als physikalische, oder psychologische, Möglichkeiten (der Zerlegung, Zusammensetzung, etc.). Die Gestalten aber spielen (nur) die Rolle der Bilder, die man so & so verwendet. Nicht Eigenschaften von Gestalten ist es, was wir geben, sondern Transformationen von Gestalten, als irgendwelche Paradigmen aufgestellt.
- RFM IV & 17r[2] & 17r[3] Wir beurteilen nicht die Bilder, sondern mittels der Bilder. Wir erforschen sie nicht sondern mittels ihrer etwas anderes.
- RFM IV & 17r[4] & 17v[1] Du bringst ihn zu der Entscheidung dies Bild aufzunehmen. Und zwar durch Beweis, d.i., durch Vorführung einer Bilderreihe, oder einfach dadurch, daß Du ihm das Bild zeigst. Was zu dieser Entscheidung bewegt ist hier gleichgültig. Die Hauptsache ist, daß es sich um das Annehmen eines Bildes handelt.
- RFM IV & 17v[2] Das Bild des Zusammensetzens *ist* kein Zusammensetzen; das Bild einer Zerlegung keine Zerlegung; das Bild des Passens kein Passen. Aber diese Bilder sind von der größten Bedeutung. *So sieht es aus*, wenn zusammengesetzt wird; wenn zerlegt wird; usw.
- RFM IV & 18r[1] Wie wäre es, wenn Tiere oder Kristalle so schöne Eigenschaften hätten wie die Zahlen? Es gäbe also z.B. eine Reihe von Gestalten, eine immer um eine Einheit größer als die andere.

- RFM IV & 18r[2] & 18v[1] Ich möchte darstellen können, wie es kommt, daß die Math. jetzt uns als Naturgeschichte des Zahlenreiches, jetzt wieder als eine Sammlung von Regeln erscheint.
- RFM IV & 18v[2] Könnte man aber nicht Transformationen von Tiergestalten (z.B.) studieren? Aber wie 'studieren'? Ich meine: könnte es nicht nützlich sein, sich Transformationen von Tiergestalten vorzuführen? Und doch wäre dies kein Zweig der Zoologie. –
- RFM IV & 18v[3] & 19r[1] Ein math. Satz wäre es dann (z.B.), daß *diese* Transformation *diese* Gestalt in *diese* überleitet. (Die Gestalten & die Transformation wiedererkennbar.)
- RFM IV & 19r[2] & 19v[1] Wir müssen uns aber dessen erinnern, daß der math. Beweis durch seine Umformungen nicht nur zeichengeometrische Sätze, sondern Sätze des verschiedenartigsten *Inhalts* beweist.
- RFM IV & 19r[3] So beweist die Umformung eines Russellschen Beweises, daß dieser logische Satz mit Hilfe dieser Regeln sich aus den Grundgesetzen bilden lasse. Aber der Beweis wird als Beweis der Wahrheit des Schlußsatzes angesehen, oder als Beweis dafür, daß der Schlußsatz *nichts* sagt. Das ist nun nur durch eine Beziehung des Satzes nach außen möglich; d.h. durch seine Beziehung zu andern Sätzen, z.B., & deren Anwendung.
- RFM IV & 19v[2] & 20r[1] 'Die Tautologie (' $p \vee \sim p$ ', z.B.) sagt nichts' ist ein Satz der sich auf das Sprachspiel bezieht, worin der Satz p angewendet wird. (Z.B.: "Es regnet, oder regnet nicht" ist keine Mitteilung über das Wetter.)

- RFM IV & 20r[2] Die R.sche Logik sagt nichts darüber, welcher Art & Verwendung *Sätze*, ich meine nicht *logische* Sätze, sind: Und doch erhält die Logik ihren ganzen Sinn (nur) von der supponierten Anwendung auf die Sätze.
- 20r[3] & 20v[1] Man kann aber den R.schen Beweis auch z.B. als Beweis dafür ansehen daß der bewiesene Satz in eine bestimmte andere Notation übertragen, die & die Struktur haben werde. Das ist wie wenn man beweist, es werde sich eine Zahl durch die & die Zahl teilen lassen.
- 20v[2] Bewiesen wird durch Reden oder Schreiben– ein Beweis fungiert im Gebiete der Sprache. Ein Beweis geht in der Sprache vor sich. Im Geschriebenen oder Gesprochenen.
- 21r[1] Aber, sagst Du, durch einen Beweis sagen wir auch die Zukunft voraus. Aber wir können sie durch einen math. richtigen Beweis wahr & falsch vorhersagen.



21r[2] & 21v[1] Wenn sich ein Körper einer Parabel entlang bewegt, so kann ich für einen *Satz* der sagt auf welcher Abszisse er steht einen *Satz* konstruieren, der sagt wie hoch auf der Ordinate ich ihn zu suchen habe.

21v[2] Was ist z.B. an einem Russellschen P.p. *mathematisch*?!

21v[3] Als Erfahrungssatz ist so ein Satz *nicht* aufzufassen. –

21v[4] Wir nehmen dieses Bild

$$1 _ : 3 = 0 \cdot 3 \cdot$$

$$1 _$$

dafür an.

21v[5] & 22r[1] Der Math. ist nichts weniger charakteristisch als die axiomatische Methode.

- 22r[2] Die math. Sätze werden in einem Gedankenzug wie die nicht-mathematischen verwendet; ich meine: es werden aus beiden zusammen Schlüsse gezogen; sie spielen *in der Rede* eine gleichartige Rolle. (Das erinnert an die Rolle des Satzes “der Winkel α ist sich selbst gleich”.)
- 22r[3] & 22v[1] Es ist Erfahrungstatsache, daß, z.B., bei einer Multiplikation immer oder so gut wie immer dasselbe Resultat sich ergibt, und wenn einmal etwas anderes herauskommt, daß wir dann immer, oder so gut wie immer einen Fehler entdecken können. Übrigens bezieht sich das nur auf kleine Multiplikationen. Der mathematische Satz aber sagt dies nicht. Und doch kann man sagen, daß diese Tatsache ihm zu Grunde liegt.
- 22v[2] & 23r[1] Ich meine, diese Tatsache bestimmt unsere Einstellung [attitude] zu dem Rechenvorgang.
- VB & 23r[2] Die populär-wissenschaftlichen Schriften unserer Wissenschaftler drücken nicht (harte) Arbeit aus, sondern das Ruhn auf den Lorbeeren.
- VB & 23r[3] & 23v[1] Wenn Du die Liebe eines Menschen *hast*, so kannst Du sie mit keinem Opfer überzahlen aber jedes Opfer ist zu groß, um Dir sie zu *erkaufen*.

- 23v[2] & 24r[1] Denken wir uns Leute die zwei Gedichte auswendig gelernt haben, diese aus irgendeinem Grunde einander Wort für Wort zuordnen & nun sagen, die Erfahrung lehre, daß das eine immer bis zum Wort ... des andern reiche. Das klingt seltsam. Warum? – Ist diese Erfahrung eine ihr Gedächtnis betreffend, oder ihre Neigung so & nicht anders zuzuordnen, oder betrifft sie Eigenschaften der Niederschrift der Gedichte?
- 24r[2] & 24v[1] Ich könnte sagen: Erfahrung lehrt, daß *diese* Leute (oder Leute in dem & dem Zustand) gemeinhin Worte in Gedichten auslassen, oder solche dazusetzen & daß daher jene Zuordnung nicht immer zum gleichen Resultat führt. (Oder, umgekehrt, daß sie es bei Leuten in dem & dem Zustande *tut*.)
- 24v[2] & 25r[1] Daß das Gedicht A auf diese Weise bis zum Wort ···· des Gedichtes B reicht, kann ein mathematischer Satz sein, & hat die mathematische Gewißheit, wenn das als *wesentliche* Eigenschaft dieser Gedichte aufgefaßt wird.
- 25r[2] Wirklich absurd wäre – zu sagen, das Gedicht A reiche *immer* bis zu diesem Wort des Gedichts B. Oder zum mindesten ließe dieser Satz eine Menge verschiedener Interpretationen zu.
- 25r[3] & 25v[1] Wäre *das* ein mathematischer Satz: daß die & die Regel an jedem zweiten Tag, die andere an den übrigen Tagen gelten solle?

- 25v[2] & Wir haben, z.B., das kommutative Gesetz für das Multiplizieren
 26r[1] im Dezimalsystem rekursiv bewiesen: & nun finden wir eine
 Multiplikation (etwa eine sehr lange), für die $a \times b$ nicht das-
 selbe wie $b \times a$ ergibt. – (Der Raum, in dem die Rechnungen
 vor sich gehen – könnten wir annehmen – wäre gleichsam kein
 gerader.) Was sollten wir nun tun? Nun die Anwendung der
 Rechnung würde sich ändern.
- 26r[2] ‘Es *muß* so herauskommen!’ – das Auge des Geistes eilt schein-
 bar den besondern Rechnungen voran, & sieht, schon, was das
 körperliche Auge noch nicht sieht.
- 26r[3] & 01.04.1942
 26v[1] Es geht mir außerordentlich schlecht: Ich habe keine Hoffnung
 mehr für die Zukunft in meinem Leben. Es ist als hätte ich nur
 mehr eine lange Strecke lebendigen Todes vor mir. Ich kann mir
 nur mich keine Zukunft als eine gräßliche vorstellen. Freundlos
 & freudlos.
- 26v[2] Daß an der Stelle der periodischen Division, die mir die fünf-
 zigste scheinen wird ‘5’ stehen werde, ist eine echte Voraussa-
 ge.
- 26v[3] & Stell’ ich mir etwa die ganze Reihe vor; habe ich so ein Bild?
 27r[1] Das Rechnungsstück, das ich etwa hinschreibe ist meine ganze
 Vorstellung. Und das zeigt, welche Rolle die Vorstellung spielt.
 Ich will sagen: Die Vorstellung fliegt der Rechnung nicht
 voraus – wie man manchmal glauben möchte. Es ist die *Anwen-
 dung*, die den Sprung macht.

- 27r[2] & 27v[1] Ist es nun Erfahrung, die uns erlaubt, so etwas richtig vorherzusagen? Ist dies nicht ganz gleichgültig? Genug, wir machen eine richtige Vorhersage.
- 27v[2] Man könnte wohl sagen, daß die Math. eine Leistung der *Vorstellung* ist.
- 27v[3] Der math. Satz sagt nicht vorher, daß es herauskommen *wird*, sondern sagt, daß es so *richtig* ist.
- 27v[4] & 28r[1] 'Ein Pfund Käse kostet so & so viel': damit das überhaupt möglich ist, muß Käse allerlei Eigenschaften haben. Er muß sich z.B. wägen lassen, sein Gewicht nicht regellos verändern. Aber sagt jener Satz das? Wäre das *Gegenteil* des Satzes wahr, wenn es sich anders verhielte?
- 28r[2] Beim Denken *verwenden* wir die Vorstellung.
- 28r[3] Nur (auf dem Weg) über die *Sprachspiele* kann man die Mathematik verstehen.
- RFM IV & 28v[1] & 29r[1] Man kann sich denken daß Leute eine angewandte Mathematik haben ohne eine reine Mathematik. Sie können z.B. – nehmen wir an – die Bahn berechnen, welche gewisse sich bewegende Körper beschreiben & deren Ort zu einer gegebenen Zeit vorhersagen. Dazu benützen sie ein Koordinatensystem, die Gleichung von Kurven (*eine Form der Beschreibung wirklicher Bewegung*) & die Technik des Rechnens im Dezimalsystem.
- Die Idee eines Satzes der reinen Mathematik kann ihnen ganz fremd sein. Diese Leute haben also Regeln denen gemäß sie die betreffenden Zeichen insbesondere z.B. Zahlzeichen transfor-

mieren zum Zweck der Voraussage des Eintreffens gewisser Ereignisse.

RFM IV & 29r[2] & 29v[1] Aber wenn sie nun z.B. multiplizieren, werden sie da nicht einen Satz gewinnen, der sagt, daß das Resultat der Multiplikation das gleiche ist, wie immer man die Faktoren vertauscht? Das wird keine primäre Zeichenregel sein, aber auch kein Satz ihrer Physik. Nun, sie *brauchen* so einen Satz nicht zu erhalten – selbst wenn sie das Vertauschen der Faktoren erlauben.

RFM IV & 29v[2] & 30r[1] Ich denke mir die Sache so, daß diese Mathematik ganz in Form von *Geboten* betrieben wird. “Du mußt *das & das* tun” – um nämlich die Antwort darauf zu erhalten, ‘wo wird sich dieser Körper zu der & der Zeit befinden’. (Wie diese Menschen zu dieser Methode der Vorhersagung gekommen sind, ist ganz gleichgültig).

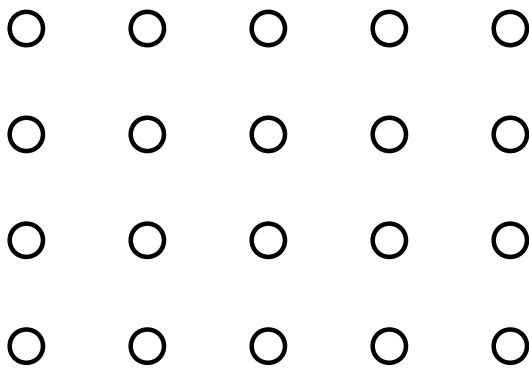
RFM IV & 30r[2] Der Schwerpunkt der Mathem. liegt für diese Menschen *ganz* im *Tun*.

RFM IV & 30r[3] Ist das aber möglich? Ist es möglich, daß sie das kommutative Gesetz (z.B.) nicht als *Satz* ansprechen?

RFM IV & 30r[4] & 30v[1] Ich will doch sagen: Diese Leute sollen nicht zu der Auffassung kommen, daß sie mathem. Entdeckungen machen – sondern *nur* physikalische Entdeckungen. [Wie sehr ich doch bei meinem Denken von Spengler beeinflusst bin!]

RFM IV & 30v[2] & 31r[1] Frage: Müssen sie mathem. Entdeckungen als Entdeckungen machen? Was geht ihnen ab wenn sie keine machen? Könnten sie (z.B.) den Beweis des kommutativen Gesetzes gebrauchen, aber ohne die Auffassung, er gipfle in einem *Satz*, er habe also ein Resultat das ihren physikalischen Sätzen irgendwie vergleichbar sei?

RFM IV & 31r[2] & 31v[1] Das bloße Bild



einmal als 4 Reihen zu 5 Punkten, einmal als 5 Kolumnen zu 4 Punkten betrachtet könnte jemand vom kommutativen Gesetz überzeugen. Und er könnte daraufhin Multiplikationen einmal in der einen, einmal in der andern Richtung ausführen.

RFM IV & 06.04.1942

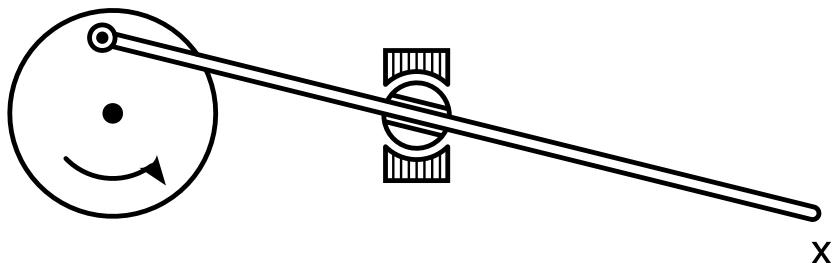
31v[2]

Ein Blick auf die Vorlage & die Steine überzeugt ihn, daß er mit ihnen die Figur wird legen können, d.h., er *unternimmt* darauf, sie zu legen.

31v[3]

Ich fühle mich fürchterlich unglücklich.

- RFM IV & 31v[4] & 32r[1] & 32r[2] & 32v[1] 'Ja, aber nur, wenn die Steine sich nicht ändern? – Wenn sie sich nicht ändern & wenn wir keinen unbegreiflichen Fehler machen, oder Steine unbemerkt verschwinden oder dazukommen. 'Aber es ist doch wesentlich, daß sich die Figur tatsächlich allemal aus den Steinen legen läßt! Was geschähe wenn sie sich nicht legen ließe?' – Vielleicht würden wir uns dann für geistesgestört halten. Aber – was weiter? – Vielleicht würden wir die Sache auch hinnehmen, wie sie ist. Und dann würde Frege sagen: "Hier haben wir eine neue Art der Verrücktheit".
- RFM IV & 32v[2] Es ist klar, daß die Mathematik als Technik des Umwandelns von Zeichen zum Zweck des Vorhersagens mit (der) Grammatik nichts zu tun hat.
- RFM IV & 32v[3] & 33r[1] (Jene) Leute, deren Mathematik nur eine solche Technik ist, sollen nun auch Beweise anerkennen, die sie von der Brauchbarkeit einer Zeichentechnik überzeugen.
- RFM IV & 33r[2] & 33v[1] Wenn uns das Rechnen als maschinelle Tätigkeit erscheint, so ist *der Mensch*, der die Rechnung ausführt, die Maschine.
- RFM IV & 33v[2] Die Rechnung wäre dann gleichsam ein Diagramm, das ein Teil der Maschine hinschreibt.
- RFM IV & 33v[3] Und das bringt mich darauf daß ein Bild uns sehr wohl davon überzeugen kann daß ein bestimmter Teil eines Mechanismus sich so & so bewegen werde wenn man den Mechanismus in Gang setzt.
- RFM IV & 34r[1] So ein Bild (oder eine Bilderreihe) wirkt wie ein Beweis. So könnte ich z.B. konstruieren, wie der Punkt x des Mechanismus



sich bewegen werde.

RFM IV & 34r[2] Ist es nicht *seltsam*, daß es nicht augenblicklich klar ist, *wie* uns das Bild der Periode im Dividieren von der Wiederkehr der Ziffernreihe überzeugt?

34v[1] The math. proof makes him change his tune. It convinces him that the new tune will in a certain way agree with the old tune.

34v[2] Er nimmt *eine* Regel statt der andern an.

RFM IV & 34v[3] (Es ist so schwer für mich, die innere Beziehung von der äußeren zu scheiden – das Bild von der Vorhersage.)

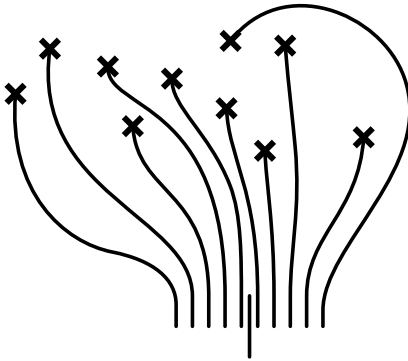
34v[4] Du *tust* etwas auf den Beweis hin.

35r[1] Der Beweis sagt nicht voraus daß wir an der ...^{ten} Stelle die Zahl so & so schreiben werden – das könnte durch Experimente gefunden werden. Sondern er macht es unvorstellbar, daß etwas anderes geschrieben wird, wenn den Regeln nach gerechnet wird.

- 35r[2] & 35v[1] Das Experiment macht nichts unvorstellbar, es macht nicht den Ausgang, den es *nicht* nimmt, unvorstellbar. Ja, im Gegenteil, wer das Experiment mit ansieht erhält eine Vorstellung davon, wie es anders hätte kommen können. Der Beweis zwingt die *Vorstellung*.
- RFM IV & 35v[2] Der Doppelcharakter des math. Satzes – als *Gesetz* & als *Regel*.
- 35v[3] & 36r[1] ‘Es ist eben eine Leistung unsres Vorstellungsvermögens, daß wir uns vorstellen, wie es weiter gehen wird.’ Ja wie kann denn (das) Vorstellen (die) Erfahrung ersetzen? Wer sagt denn der Vorstellung daß sie dem tatsächlichen Geschehen nachgeht?
- 36r[2] ‘Die Rechnung lehrt uns etwas *Neues!*’ Ist denn ein neuer Entschluß nichts?
- RFM IV & 36r[3] & 36v[1] Wie, wenn man statt “Intuition” sagen würde “richtiges Erraten”? Das würde den Wert einer Intuition in einem ganz andern Lichte zeigen. Denn das Phänomen des Ratens ist ein psychologisches, aber nicht das des richtig Ratens.
- RFM IV & 36v[2] Daß wir die Technik gelernt haben, macht, daß wir sie nun, auf den Anblick dieses Bildes hin, so & so abändern.
- 36v[3] & 37r[1] 09.02.1942
Ich leide sehr unter Furcht vor der gänzlichen Vereinsamung, die mir jetzt droht. Ich kann nicht sehen wie ich dieses Leben ertragen kann. Ich sehe es als ein Leben in dem ich mich jeden Tag werde vor dem Abend fürchten müssen der mir nur dumpfe Traurigkeit bringt.

37r[2] "Er schreibt, wie 25×5 125 gibt." Wie, wenn man sagte: "Der Beweis zeigt, *wie* 25×5 125 gibt.?"

37r[3] Es ist hier so ungeheuer schwer, *eine* Sache nicht zweimal in Anschlag zu bringen!



37v[1] Was ist das für ein Satz: 'wenn ich diese beiden Zahlen *richtig* miteinander multipliziere muß immer das gleiche herauskommen'? "Es wird immer so herauskommen; Du wirst es immer für richtig anerkennen, wenn es so herauskommt" – das ist *eines* – – "wenn das richtig war, wenn ich mich bei dieser Rechnung nicht geirrt habe, so *soll* es immer so herauskommen" – das ist etwas anderes.

38r[1] Wenn ich (wie in der vorigen Figur) immer von einer Semmel eine Linie ziehe & so alle mit einer Reihe von parallelen Strichen verbinde & diese in 2 gleiche Gruppen teile, so kann ich auf diese Weise zwei Gruppen von Semmeln bilden die zu verschiedenen Zwecken sich als gleichzählig erweisen werden. Das ist eine *große* physikalische Sicherheit.

- 38r[2] & 38v[1] Zu dem Beweis gehört, daß man ihn *mit Sicherheit* kopieren kann.
- 38v[2] Wie, wenn Einer sagte: die Sicherheit des Kopierens sei nicht geringer als mathematische Sicherheit, ja sei die mathematische Sicherheit selbst?
- 38v[3] Wie verhält es sich mit dem Satz, daß alle richtigen Kopien eines Beweises richtige Kopien von einander sein müssen? –
- 38v[4] & 39r[1] Was ist *das* für ein Satz: ‘Wenn ich ein Gedicht zweimal hintereinander aus dem Gedächtnis aufschreibe, & mein Gedächtnis trügt mich nicht, & die Niederschriften bleiben unverändert, dann muß ich sie einander auf dem Papier Wort für Wort durch Striche zuordnen können’?!
- 39r[2] & 39v[1] Oder das: “wenn ich zwei Zeichenreihen einander mit grünen Strichen 1 zu 1 zuordnen kann, dann kann ich es auch mit blauen Strichen, wenn ich nicht physisch daran gehindert werde”?
- 39v[2] “Daß es mit grünen Strichen geht, *beweist* daß es auch mit blauen Strichen geht.” Und zwar beweist es das im mathematischen, aber nicht im physikalischen Sinn.
- RFM IV & 39v[3] ‘Wir entschließen uns zu einem neuen Sprachspiel.’ ‘Wir entschließen uns *spontan* (möchte ich sagen) zu einem neuen Sprachspiel.’

- RFM IV & 39v[4] & 40r[1] Ja – es scheint: wenn unser Gedächtnis anders funktionierte, daß wir dann nicht so, wie wir's tun, rechnen könnten. Könnten wir aber dann Definitionen geben, wie wir es tun; so reden & schreiben, wie wir es tun? Wie aber können wir die Grundlage unsrer Sprache durch Erfahrungssätze ausdrücken?!
- RFM IV & 40r[2] & 40v[1] Angenommen, eine Division wenn wir sie ganz ausführen würde nicht zu demselben Resultat führen wie das Kopieren der Periode. Das könnte z.B. daher kommen, daß wir die Rechengesetzchen ohne uns dessen bewußt zu sein veränderten. (Es könnte aber auch daher kommen, daß wir anders kopieren.)
- RFM IV & 40v[2] & 41r[1] Was ist der Unterschied zwischen *nicht* rechnen & *falsch* rechnen. – Oder: ist eine *scharfe* Grenze zwischen dem, die Zeit *nicht* zu messen & sie *falsch* messen? Keine Zeitmessung zu kennen & eine falsche?
- RFM IV & 41r[2] Gib auf das Geschwätz acht, wodurch wir jemand von der Wahrheit eines math. Satzes überzeugen. Es gibt einen Aufschluß über die Funktion dieser Überzeugung. Ich meine das Geschwätz womit die Intuition wachgerufen wird. Womit also die Maschine einer Technik in Gang gesetzt wird.
- RFM IV & 41v[1] Kann man sagen, daß, wer eine Technik lernt, sich dadurch von der Gleichförmigkeit der Resultate überzeugt??
- RFM IV & 41v[2] Die Grenze der Empirie – ist die *Begriffsbildung*.

- RFM IV & 41v[3] & 42r[1] Welchen Übergang mache ich von "es wird so sein" zu "es *muß* so sein"? Ich bilde einen andern Begriff. Einen, in dem inbegriffen ist was es früher nicht war. Wenn ich sage: "Wenn diese Ableitungen gleich sind, dann *muß* ...", Bilde also meinen Begriff der Gleichheit um.
- RFM IV & 42r[2] & 42v[1] Wie aber, wenn Einer nun sagt: "Ich bin mir nicht dieser *zwei* Vorgänge bewußt, ich bin mir nur der Empirie bewußt, nicht einer von ihr unabhängigen Begriffsbildung & Begriffsumbildung; alles scheint mir im Dienste der Empirie zu stehen."? Mit andern Worten: wir scheinen nicht bald mehr, bald weniger rational zu werden, oder die Form unseres Denkens zu verändern, so daß damit sich *das* ändert, *was wir "Denken" nennen*. Wir scheinen es nur immer der Erfahrung anzupassen.
- RFM IV & 42v[2] & 43r[1] Das ist klar: daß, wenn Einer sagt: "Wenn Du der *Regel* folgst so *muß* es so sein", (daß) er keinen *klaren* Begriff von Erfahrungen hat die dem Gegenteil entsprechen.
- RFM IV & 43r[2] Oder auch so: Er hat keinen klaren Begriff davon, wie es aussähe, wenn es anders wäre. Und das ist sehr wichtig.
- VB & 43r[3] & 43v[1] Förmlich wie es einen *tiefen* & einen seichten Schlaf gibt, so gibt es Gedanken die tief im Innern vor sich gehen & Gedanken die sich an der Oberfläche herumtummeln.

- RFM IV & 43v[2] & 44r[1] Was zwingt uns den Begriff der Gleichheit *so* zu formen, daß wir etwa sagen: “wenn Du beidemale wirklich das Gleiche tust, muß auch dasselbe herauskommen”? – Was zwingt uns, nach einer Regel vorzugehen, etwas als Regel aufzufassen? Was zwingt uns mit uns selbst in den Formen der von uns gelernten Sprache zu reden
- RFM IV & 44r[2] Denn das Wort “muß” drückt doch aus, daß wir von *diesem* Begriff nicht abgehen können. (Oder soll ich sagen “wollen”?)
- RFM IV & 44r[3] & 44v[1] Ja, auch wenn ich von einer Begriffsbildung zu einer andern übergegangen bin, so bleibt der alte Begriff noch (immer) im Hintergrund.
- RFM IV & 44v[2] Kann ich sagen: “Ein Beweis bringt uns zu einer gewissen Entscheidung, & zwar zu der, eine bestimmte Begriffsbildung anzunehmen”??
- 44v[3] Aber was ist mit einer neuen Begriffsbildung getan? Denn auf den ersten Blick erscheint sie höchstens als eine bequeme Zusammenziehung.
- VB & 45r[1] Du kannst den Keim nicht aus dem Boden ziehen. Du kannst ihm nur Wärme, Feuchtigkeit & Licht geben & dann muß er wachsen. (Nur mit Vorsicht darfst Du ihn selbst *berühren*.)
- RFM IV & 45r[2] Sieh den Beweis nicht als einen Vorgang an der Dich *zwingt*, sondern der Dich *führt*. – Und zwar führt er Deine *Auffassung* eines (gewissen) Sachverhalts.

- RFM IV & 45v[1] Aber wie kommt es, daß er *jeden* von uns so führt, daß wir übereinstimmend von ihm beeinflusst werden? Nun, wie kommt es daß wir übereinstimmend *zählen*? 'Wir sind eben so abgerichtet', kann man sagen, 'und die Übereinstimmung die so erzeugt wird setzt sich durch die Beweise fort'.
- RFM IV & 45v[2] & 46r[1] Während dieses Beweises haben wir eine Anschauungsweise von der 3-Teilung des Winkels gebildet, die eine Konstruktion mit Lineal & Zirkel ausschließt.
- 46r[2] Während des Beweises ist *dies* die herrschende Anschauungsweise geworden.
- RFM IV & 46r[3] & 46v[1] Dadurch, daß wir einen Satz als selbstverständlich anerkennen, sprechen wir ihn auch von jeder Verantwortung gegenüber der Erfahrung frei.
- RFM IV & 46v[2] Während des Beweises wird unsere Anschauung geändert – & daß das mit Erfahrungen zusammenhängt tut dem keinen Eintrag.
- RFM IV & 46v[3] Unsre Anschauung wird umgemodelt.
- RFM IV & 46v[4] & 47r[1] Es muß so sein, heißt nicht, es wird so sein. Im Gegenteil: 'Es *wird* so sein, wählt zwischen *einer* & einer andern Möglichkeit. 'Es muß so sein' sieht nur *eine* Möglichkeit.
- RFM IV & 47r[2] Der Beweis leitet unsere Erfahrungen sozusagen in bestimmte Kanäle. Wer das & das immer wieder versucht hat gibt den Versuch Beweis auf.

- RFM IV & 47r[3] & 47v[1] Es versucht Einer ein gewisses Bild aus Steinen zusammenzulegen. Er sieht nun eine Vorlage in welcher ein *Teil* jenes Bilds aus allen seinen Steinen zusammengelegt erscheint, & gibt nun seinen Versuch auf. Die Vorlage war der *Beweis* dafür, daß sein Vorhaben unmöglich ist.
- RFM IV & 47v[2] & 48r[1] Auch die Vorlage, sowie die, die ihm zeigt daß er wird ein Bild aus diesen Steinen zusammensetzen können, ändert seinen *Begriff*. Denn er hat, könnte man sagen, das Zusammensetzen dieses Bildes aus diesen Steinen noch nie so angesehen.
- RFM IV & 48r[2] & 48v[1] Ist es gesagt, daß Einer, der sieht, daß man mit diesen Steinen einen Teil des Bildes legen kann, einsieht, daß man also auf keine Weise das ganze Bild aus ihnen wird legen können? Ist es nicht möglich, daß er versucht & versucht, ob nicht doch eine Stellung der Steine dies Ziel erreicht?
- RFM IV & 48v[2] Muß man hier nicht zwischen (dem) Denken & dem praktischen Erfolg des Denkens unterscheiden?
- RFM IV & 48v[3] & 49r[1] "... die nicht, wie wir, gewisse Wahrheiten unmittelbar einsehen, sondern vielleicht auf den langwierigen Weg der Induktion angewiesen sind", so sagt Frege. Aber was mich interessiert ist das unmittelbare Einsehen, ob es nun das einer Wahrheit ist, oder einer Falschheit. Ich frage: was ist das charakteristische Benehmen von Menschen, die etwas 'unmittelbar einsehen' – was immer der praktische Erfolg dieses Einsehens ist?

- RFM IV & 49v[1] Mich interessiert nicht das unmittelbare Einsehen einer Wahrheit, sondern das Phänomen des unmittelbaren Einsehens. Nicht (zwar) als einer besondern seelischen Erscheinung sondern als einer Erscheinung im Handeln der Menschen.
- RFM IV & 49v[2] & 50r[1] Ja; es ist, als ob die Begriffsbildung unsre Erfahrung in bestimmte Kanäle leitete so daß man nun die eine Erfahrung mit der andern auf neue Weise zusammensieht. (Wie ein optisches Instrument Licht von verschiedenen Quellen auf bestimmte Art in einem Bild zusammenkommen läßt.)
- RFM IV & 50r[2] Denke Dir, der Beweis wäre eine Dichtung ja ein Theaterstück. Kann mich das Ansehen eines solchen zu nichts bringen?
- RFM IV & 50r[3] & 50v[1] Ich wußte nicht wie es gehen werde, – aber ich sah ein Bild, & nun wurde ich überzeugt, daß es so gehen werde, wie im Bilde. Das Bild verhalf mir zur Vorhersage. Nicht als ein Experiment – – es war nur der Geburtshelfer der Vorhersage.
- 50v[2] Erst wenn Du Dir nicht so viel aus Deinen eigenen Leiden machen wirst, wirst Du leben können!
- RFM IV & 50v[3] & 50r[1] Denn, was immer meine Erfahrungen sind, oder waren, ich muß doch noch die Vorhersage *machen*. (Die Erfahrungen machen sie nicht für mich.)
- 51r[2] [Sei nicht undankbar. Sieh Dein Leben nicht immer als eine fürchterliche Tragödie an. Hast Du nicht Dummheiten gemacht? Willst Du nicht auch für sie leiden? – Denk nicht immer ans Zusammenbrechen!]

- RFM IV & 51v[1] Dann ist es ja kein so großes Wunder, daß der Beweis uns zur Vorhersage hilft. Ohne dieses Bild hätte ich nicht sagen können, wie es werden wird, aber wenn ich es sehe so ergreife ich es zur Vorhersage.
- RFM IV & 51v[2] & 52r[1] & 52v[1] Welche Farbe eine chemische Verbindung haben wird kann ich nicht mit Hilfe eines Bildes vorhersagen, das mir die Substanzen in der Proberöhre & ihre Reaktion veranschaulicht. Zeigt das Bild ein Aufschäumen & am Ende rote Kristalle, so könnte ich nicht sagen: "Ja, *so* muß es sein", oder "Nein, so kann es nicht sein". Anders aber ist es wenn ich das Bild eines Mechanismus in Bewegung setze; dieses kann mich lehren wie ein Teil sich wirklich bewegen wird. Stellte aber das Bild einen Mechanismus dar dessen Teile aus einem sehr weichen Material (etwa Teig) bestünde & sich daher im *Bild* auf verschiedenste Art verbögen, so würde mir das Bild vielleicht wieder nicht zu einer Vorhersage verhelfen.
- RFM IV & 52v[2] & 53r[1] Kann man sagen: ein Begriff wird so gebildet daß er einer gewissen Vorhersage angepaßt ist, d.h., sie in den einfachsten Termini ermöglicht –?
- RFM IV & 53r[2] Das philosophische Problem ist: wie können wir die Wahrheit sagen, & dabei diese starken Vorurteile *beruhigen*?
- RFM IV & 53r[3] & 53v[1] Es ist ein Unterschied: ob ich etwas als eine Täuschung meiner Sinne oder als ein äußeres Ereignis deute, ob ich diesen Gegenstand zum Maß jenes nehme, oder umgekehrt, ob ich mich entschließe, zwei Kriterien entscheiden zu lassen, oder nur eins.

- RFM IV & 53v[2] Wenn richtig gerechnet wurde, so muß das herauskommen. Muß es dann immer *so* herauskommen? Natürlich.
- RFM IV & 53v[3] Indem wir zu einer Technik erzogen sind, sind wir auch zu einer Betrachtungsweise abgerichtet, die *ebenso fest* sitzt als jene Technik.
- 53v[4] Sei dankbar für das, was Du genossen hast!!
- RFM IV & 54r[1] Der math. Satz scheint weder von den Zeichen, noch von den Menschen zu handeln, & er *tut* es daher auch nicht.
- RFM IV & 54r[2] Er zeigt *die* Verbindungen die wir als starr betrachten. Wir schauen aber sozusagen, von diesen Verbindungen weg & auf etwas anderes. Wir drehen ihnen sozusagen den Rücken. Oder: wir lehnen uns an sie oder fußen auf ihnen.
- RFM IV & 54r[3] & 54v[1] Nochmals: wir sehen den math. Satz nicht als einen Satz, der von Zeichen handelt an, & er *ist* es daher auch nicht.
- RFM IV & 54v[2] Wir erkennen ihn an, *indem* wir ihn den Rücken drehen.
- RFM IV & 54v[3] Wie ist es, z.B., mit den Grundgesetzen der Mechanik? Wer sie versteht, muß wissen, auf welche Erfahrungen sie sich stützen. Anders verhält es sich mit den Sätzen der reinen Mathematik.
- RFM IV & 54v[4] & 55r[1] Ein Satz kann ein Bild beschreiben & dieses Bild mannigfach in unserer Betrachtungsweise der Dinge, also in unserer Lebens- & Handlungsweise verankert sein.

- 55r[2] "Jeder Körper hat eine bestimmte Größe & Form." D.h., z.B., wir können immer fragen "welche Form hat dieser Körper?", wir können immer dieses Sprachspiel spielen. Der Satz steht sozusagen für die Beschreibung eines Sprachspiels.
- RFM IV & 55r[3] & 55v[1] Ist nicht der Beweis ein flimsy Grund die Suche nach einer Konstruktion der Dreiteilung ganz aufzugeben? Du bist nur ein oder zweimal diese Zeichenreihe durchgegangen & daraufhin willst Du Dich entschließen? Nur weil Du diese eine Transformation gesehen hast willst Du die Suche aufgeben?
- RFM IV & 55v[2] Der Effekt des Beweises sei, daß sich in die neue Regel hineinstürzt.
- RFM IV & 56r[1] & 56v[1] Er hatte bisher nach der & der Regel gerechnet; nun zeigt ihm Einer den Beweis, man könne auch anders rechnen, & er schaltet nun (auf die andre Technik) um – nicht weil er sich sagt, es werde so auch gehen, sondern weil er die neue Technik mit der alten als identisch empfindet, weil er ihr denselben Sinn geben muß weil er sie als gleich anerkennt wie er diese Farbe als grün anerkennt. D.h.: das Einsehen der math. Relationen spielt eine ähnliche Rolle wie das Einsehen der Identität. Man könnte beinahe sagen, es ist eine kompliziertere Art der Identität.
- 56v[2] & 57r[1] 'Wenn Du das Glück nicht in der Ruhe finden kannst, finde es im Laufen!' Wenn ich aber zu müde werde zu laufen? 'Sprich nicht vom Zusammenbrechen ehe Du zusammenbrichst.' Wie ein Radfahrer muß ich nun beständig treten, mich beständig bewegen um nicht umzufallen.

RFM IV & Man könnte sagen: Die Gründe warum er nun auf eine andere
57r[2] Technik umschaltet, sind von gleicher Art wie die, die ihn eine
neue Multiplikation so ausführen lassen, wie er sie ausführt;
indem er die Technik als die *gleiche* anerkennt, wie die, die er
bei andern Multiplikationen angewandt hatte.

VB & [Was hübsch ist, kann nicht schön sein. – – –]
57r[3]
57v[1] 26.04.1942

Im Krankensaal, warte auf die morgige Operation. Es scheint
ein echt abscheulicher Ort. Außer Männern sind auch ein paar
kranke Kinder da, eines wimmert unaufhörlich. Es ist zugig
unbequem & ungemütlich. Ungemütlich auch die Pflegerinnen.

RFM IV & 18.05.1942

VB & Ein Mensch ist in einem Zimmer *gefangen*, wenn die Türe un-
57v[2] & versperrt ist, sich nach innen öffnet; er aber nicht auf die Idee
58r[1] kommt zu *ziehen*, statt gegen sie zu drücken.

VB & Bring den Menschen in die unrichtige Atmosphäre & nichts
58r[2] wird funktionieren wie es soll. Er wird an allen Teilen unge-
sund erscheinen. Bring ihn wieder in das richtige Element, &
alles wird sich entfalten & gesund erscheinen. Wenn er nun
aber im unrichten Element ist? Dann muß er sich also damit
abfinden, als Krüppel zu erscheinen.

RFM IV & Wenn Weiß zu Schwarz wird, sagen manche Menschen "Es ist
VB & im wesentlichen noch immer dasselbe". Und andere, wenn die
58r[3] & Farbe um einen Grad dunkler wird, sagen "Es hat sich *ganz* ver-
58v[1] ändert".

58v[2] 26.05.1942

Mein Unglück ist so komplex, daß es schwer zu beschreiben ist. Aber wahrscheinlich ist doch *Vereinsamung* die Hauptsache.

58v[3] & 27.05.1942

59r[1]

Höre seit 10 Tagen nichts mehr von K. obwohl ich ihn vor einer Woche um dringende Nachricht gebeten habe. Ich denke, daß er vielleicht mit mir gebrochen hat. Ein *trauriger* Gedanke! Und in ein paar Tagen soll ich nach Cambridge gehen um mich zu erholen! Wie werde ich es dort aushalten? Ich kann es mir nicht vorstellen. Ich kann mir nicht vorstellen, wie ein Mensch in meiner Lage leben kann. Wie entschließt man sich dazu, oder ergibt sich drein, den Rest seiner Tage unglücklich zu verbringen? Was für ein *Gesicht* macht man dazu?

59r[2] &

59v[1]

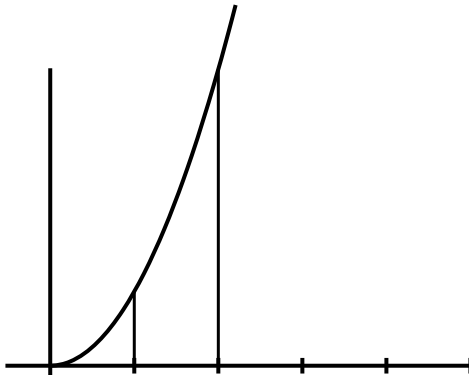
Ich habe viel gelitten, aber ich bin scheinbar unfähig aus meinem Leiden zu *lernen*. Ich leide noch immer *so* wie vor vielen Jahren. Ich bin nicht stärker & nicht weiser geworden. Mein Lebenselement scheint noch immer das gleiche zu sein; ich war ein Fisch & bin ein Fisch geblieben.

- RFM IV & 59v[2] & 60r[1] Die Sätze "a = a", "p \supset p", "Das Wort 'Bismarck' hat 8 Buchstaben", "Es gibt kein rötlichgrün", sind alle einleuchtend & Sätze über das Wesen: was haben sie gemeinsam? Sie sind offenbar jeder von anderer Art & anderem Gebrauch. Der vorletzte ist einem Erfahrungssatz am ähnlichsten. Und es ist verständlich daß man ihn einen synthetischen Satz a priori nennen kann. Man kann sagen: wenn einer die Zahlenreihe mit der Buchstabenreihe nicht *zusammenhält*, kann er nicht wissen, wieviel Buchstaben das Wort hat.
- RFM IV & 60v[2] 15.09.1942 Eine Figur aus der andern nach einer Regel abgeleitet. (Etwa die Umkehrung vom Thema.)
- RFM IV & 60v[3] Dann das Resultat als Äquivalent der Operation gesetzt.
- RFM IV & 60v[4] Wenn ich schrieb "der Beweis muß übersichtlich sein" so hieß das: *Kausalität* spielt im Beweis keine Rolle. Oder auch: der Beweis muß sich durch bloßes Kopieren reproduzieren lassen.
- RFM IV & 61r[1] Daß bei der Fortsetzung der Division von $1 \div 3$ immer wieder 3 herauskommen muß wird ebenso wenig durch Intuition erkannt, wie, daß die Multiplikation 25×25 wenn man sie wiederholt immer wieder dasselbe Produkt liefert.
- RFM IV & 61r[2] & 61v[1] Man könnte vielleicht sagen daß der synthetische Charakter der Sätze der Math. sich am klarsten in der unregelmäßigen Verteilung der Primzahlen zeigt.

- RFM IV & 61v[2] & 62r[1] Aber weil sie synthetisch sind (in diesem Sinne), sind sie drum nicht weniger a priori. Man könnte sagen, will ich sagen, daß sie nicht aus den Begriffen durch einen Vorgang der Analyse abgeleitet werden können dennoch aber einen Begriff nach der Hand bestimmen.
- RFM IV & 62v[1] & 63r[1] & 63v[1] Könnte man nicht wirklich von Intuition in der Math. reden? Nicht so aber, daß eine *mathem.* Wahrheit intuitiv erfaßt würde wohl aber eine physikalische, oder psychologische. So weiß ich mit *großer* Sicherheit, daß ich jedesmal 625 errechnen werde, wenn ich zehnmal 25 mit 25 multipliziere. D.h. ich weiß die psychologische Tatsache, daß mir immer wieder diese Rechnung als richtig erscheinen wird; so wie ich weiß, wenn ich die Zahlenreihe von 1 bis 20 zehnmal nacheinander aus dem Gedächtnis aufschreibe, die Aufschreibungen sich beim Kollationieren als gleich erweisen werden. – Ist das nun eine Erfahrungstatsache? Freilich – und doch wäre es schwer Experimente anzugeben die mich von ihr überzeugen würden. Man könnte so etwas eine intuitiv erkannte **Erfahrungstatsache** nennen.
- 63v[2] Ist ein versteckter Widerspruch ähnlich wie ein verstecktes perpetuum mobile?
- RFM IV & 63v[3] Du willst sagen, daß jeder Beweis in einer oder der anderen Weise den Begriff des Beweises ändert.
- RFM IV & 63v[4] Aber nach welchem Prinzip wird denn etwas als neuer Beweis anerkannt? Oder vielmehr gibt es da gewiß kein 'Prinzip'.

64r[1] Wenn Rechenmaschinen in der Natur vorkämen & von den Menschen gefunden & benützt würden, so hätten wir eine Arithmetik ohne Sätze & ohne Beweise.

64r[2] Es gibt also etwas, was man wird Mathematik nennen müssen, eine Technik ohne Sätze & ohne Beweise.



$y = x^2$ Dazu eine Technik des Multiplizierens im Dezimalsystem.

64v[1] 23.09.1942

Wenn ich mir aber das Resultat von 25×25 anmerke statt es wieder zu rechnen, habe ich schon einen Satz der Math. benützt. – Oder ich habe auch nur meine Technik geändert.

64v[2] & 65r[1] Man könnte hier sagen, der Gebrauch mathem. Sätze & Beweise fange *da* an, wo eine Rechnung, die schon einmal gemacht wurde, nicht wiederholt, & ihr Resultat einfach übernommen wird. Wo gesagt wird: “das haben wir ja schon gerechnet.”

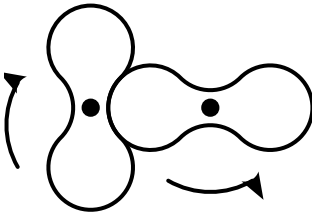
- RFM IV & 65r[2] & 65v[1] Soll ich nun sagen: "wir sind überzeugt, daß immer wieder dasselbe Resultat herauskommen wird"? Nein, das ist nicht genug. Wir sind überzeugt, daß immer dieselbe Rechnung herauskommen, gerechnet werden, wird. Ist *das* nun eine mathematische Überzeugung? Nein – denn würde nicht immer dasselbe gerechnet so könnten wir nicht folgern, daß die Rechnung einmal ein Resultat das andre mal, ein anderes ergibt.
- RFM IV & 65v[2] Wir sind *freilich* auch überzeugt, daß wir beim wiederholten Rechnen das Bild der Rechnung reproduzieren werden. –
- 65v[3] Ich will sagen, daß die Beschreibung "Er hat 25×24 den Regeln gemäß multipliziert" & die "Er hat die & die Rechnung hingeschrieben" äquivalent sind.
- 66r[1] Unsre Rechenmaschine in der wir die Operationen verfolgen können – & eine Rechenmaschine, die auf einem besonderen Papier, worauf wir die Angabe schreiben, durch einen chemischen Vorgang das richtige Ergebnis erscheinen läßt. –
- 66r[2] & 66v[1] So könnte man den Kubus einer Zahl finden indem man einen Eiswürfel von der betreffenden Kantenlänge abwägt. Und man könnte natürlich unser Rechnen auch als so einen Vorgang betrachten. In diesem Fall wäre die *Rechnung* ein Nebenprodukt bei der Erzeugung des Resultats. (Wie das Schnurren der Maschine.)

- 66v[2] & 67r[1] Denke Dir den Fall, in welchem Menschen zwar immer gleiche Endresultate bei einer Rechnung erzeugten aber, sozusagen, unerforschliche Wege zu diesen gingen, d.h. Rechnungen hinschrieben, die wir nicht nachrechnen können, & die sie selbst nicht erklären könnten. (Wie es bei schwierigen Problemen oft geschieht.) (Kunstrechner)
- RFM IV & 67r[2] & 67v[1] Warum sollte man den Russellschen Widerspruch nicht als etwas Überpropositionales auffassen, etwas das über den Sätzen thront & nach beiden Seiten (wie ein Januskopf) schaut. N.B.: der Satz $F(F)$ – in welchem $F(\xi) = \sim\xi(\xi)$ – enthält keine Variablen & könnte also als etwas Überlogisches, als etwas Unangreifbares, dessen Verneinung nur wieder es selber aussagt, gelten. Ja könnte man nicht sogar die Logik mit diesem Widerspruch anfangen? Und von ihm gleichsam zu den Sätzen niedersteigen.
- RFM IV & 68r[1] Der sich selbst widersprechende Satz stünde wie ein Denkmal (mit einem Januskopf) über den Sätzen der Logik.
- 68r[2] ‘Das Wort ... lautet umgekehrt ...’ – muß es für uns unbedingt etwas heißen vom umgekehrten Klang eines Wortes zu reden?
- 68r[3] & 68v[1] Daß eine Fünffigur
.....
& eine Dreifigur
...
eine Achtfigur

..... ergibt

kannst Du nur finden, indem Du die Synthese machst (nicht durch Analyse der Begriffe). Hast Du sie aber gemacht, so dient der Vorgang zur Aufstellung eines Begriffes.

68v[2] &
69r[1]

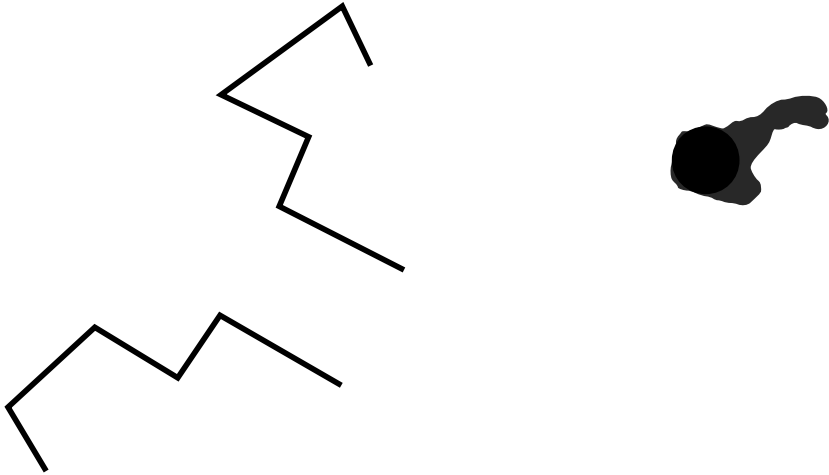


Das bloße *Bild* der Rotation der beiden Figuren kann mich davon überzeugen, daß zwei so geformte Körper sich *ungefähr* so bewegen können. Aber so überzeugt mich auch die Multiplikation davon daß ich wirklich so viele Leute haben werde, wenn ich 14 mal 23 erhalte.

RFM IV &
69r[2] &
69v[1]

Könnte ich nicht sagen: wer die Multiplikation macht findet jedenfalls nicht das math. Faktum, aber den math. Satz? Denn, was er *findet* ist das nicht-math. Faktum, & so den math. Satz. Denn der math. Satz ist eine Begriffsbestimmung die auf eine Entdeckung folgt.

RFM IV &
69v[2]



Du *findest* eine neue Physiognomie. Du kannst Dir sie z.B. jetzt *merken* oder sie kopieren.

RFM IV &
69v[3] &
70r[1]

Es ist eine *neue* Form gefunden, konstruiert worden. Aber sie wird dazu benützt mit der alten einen neuen Begriff zu geben:

Man ändert den Begriff so, daß das hat herauskommen *müssen*.

70r[2]

Es ist z.B. ein Unterschied: ob ich die Figur mit einem Blick übersehe nachdem sie gezeichnet ist, oder etwa jeden Strich verdecke & vergesse, sobald er gezeichnet ist.

RFM IV &
70r[3] &
70v[1]

Ich finde nicht das Resultat; sondern ich finde, daß ich dahin gelange.

RFM IV &
70v[2]

Und nicht das ist eine Erfahrungstatsache, daß *dieser* Weg da anfängt & da endet; sondern, daß ich diesen Weg, oder einen Weg zu diesem Ende, gegangen bin.

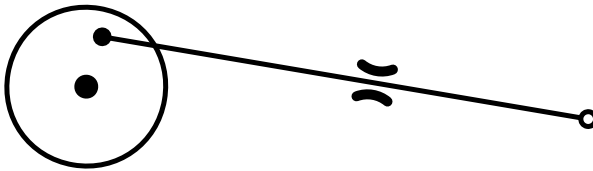
RFM IV & 70v[3] Aber könnte man nicht sagen, daß die *Regeln* diesen Weg führen, auch wenn niemand ihn gienge?

RFM IV & 71r[1] & 71v[1] Denn das ist es ja, was man sagen möchte – und hier ist die Vorstellung von einem math. Mechanismus, einem, der nicht den Gesetzen der Physik, sondern nur denen der Math. gehorcht.

RFM IV & 71v[2] & 72r[1] Ich will sagen: das Arbeiten der math. Maschine ist nur das *Bild* des Arbeitens einer Maschine.

RFM IV & 72r[2] Die Regel *arbeitet* nicht, denn, was immer der Regel nach geschieht, ist eine Interpretation der Regel.

RFM IV & 72r[3] & 72v[1] Nehmen wir an, ich habe die Stadien der Bewegung von



im Bilde vor mir, so verhilft mir das zu einem Satz, den ich von diesem Bild gleichsam ablese. Der Satz enthält das Wort “ungefähr” & ist ein Satz der Geometrie.

RFM IV & 72v[2] Es ist seltsam, daß ich einen Satz von einem *Bild* soll ablesen können.

RFM IV & 72v[3] Der Satz aber handelt nicht von dem Bild das ich sehe. Er sagt nicht, daß auf diesem Bild das & das zu sehen ist. Er sagt aber auch nicht, was der wirkliche Mechanismus tun wird, obwohl er dies andeutet.

- RFM IV & 73r[1] Aber könnte ich von der Bewegung des Mechanismus wenn ihre Teile sich nicht ändern, auch andere Zeichnungen anfertigen? D.h., bin ich nicht *gezwungen* eben dies als Bild der Bewegung, *unter diesen Bedingungen*, anzunehmen.
- RFM IV & 73r[2] & 73v[1] Denken wir uns die Konstruktion der Stadien des Mechanismus mit Strichen von wechselnder Farbe ausgeführt. Die Striche seien zum Teil schwarz auf weißem Grund, zum Teil weiß auf schwarzem Grund. Denke Dir die Konstruktionen im Euklid so ausgeführt; sie werden allen Augenschein verlieren.
- RFM IV & 73v[2] & 73v[3] & 74r[1] Das umgekehrte Wort hat ein *neues* Gesicht.
 Und der Erfahrungssatz ist, daß wir dieses Gesicht erhalten wenn wir das Wort umkehren. – Aber was heißt es: ‘es umkehren’? Es darf natürlich nicht heißen: dies Gesicht erzeugen. Es ist also ein Prozeß, der nicht schon ‘notwendig’ mit diesem Resultat verbunden ist. *Wir* aber nennen freilich ‘umkehren’ etwas was durch das Ergebnis des Umkehrens bestimmt ist. Was nicht so bestimmt ist würden wir etwa ‘umzukehren versuchen’ nennen.
- 74r[2] “Wenn ich es umzukehren versuche, erhalte ich *das*” – das ist natürlich ein Erfahrungssatz.

- 74v[1] Wenn ich aber *dies* als das Bild des Umkehrens & der Umkehrung ansehe, so kann ich mir freilich keine andere Umkehrung der Reihe denken. – Aber kann ich überhaupt etwas anderes als Bild der Umkehrung ansehen? Kann ich z.B. *zwei* Bilder als Umkehrungen desselben Wortes annehmen? Bei sehr langen Worten gewiß; aber wie ist es mit solchen, die man übersehen kann?
- 75r[1] Es ist natürlich denkbar, daß man beim Versuch ein kurzes Wort umzukehren zwei verschiedene Resultate erhält. Normalerweise aber stellt sich das eine gleich als irgend ein Versehen heraus.
- RFM IV &
75r[2] Denk Dir eine Maschine, die ‘so konstruiert ist’, daß sie eine Buchstabenreihe umkehrt. Und nun den Satz, daß das Resultat im Falle
- ABER
- REBA ist. –
- 75v[1] &
76r[1] 16.10.1942
- Ein Traum: Mir träumte heute nacht, meine Schwester Gretl gebe der L. Pollitzer ein Geschenk: eine Tasche. Ich sah die Tasche im Traum oder vielmehr nur den stählernen Verschuß der sehr groß & viereckig war und sehr fein gearbeitet. Er sah aus wie eines von den komplizierten alten Schlössern, die man manchmal in Museen sieht. In diesem Verschuß war unter anderem ein Mechanismus durch den beim Öffnen die Worte “deiner Gretl” oder etwas ähnliches, gesprochen wurden. Ich dachte darüber nach wie fein der Mechanismus dieser Vorrich-

tung sein müsse & ob er eine Art Grammophon sei & aus welchem Material die Platte könnt sein möglicherweise aus Stahl sei.

RFM IV &
76r[2] &
76v[1] Die Regel, wie sie wirklich gemeint ist, scheint eine treibende Kraft zu sein, die eine ideale Reihe *so* umkehrt, – was immer ein Mensch mit einer wirklichen Reihe tun mag. Dieser ist also der Mechanismus, der für den wirklichen als Maßstab, als Ideal zu gelten hat.

RFM IV &
76v[2] &
77r[1] Und das ist verständlich. Denn wird das Resultat der Umkehrung zum Kriterium dafür daß die Reihe wirklich umgekehrt wurde, & drücken wir dies so aus, daß wir es einer idealen Maschine nachtun, so muß diese Maschine *unfehlbar* dies Resultat erzeugen.

RFM IV &
77r[2] Kann man nun sagen: daß die Begriffe, die die Math. schafft, eine Bequemlichkeit sind, daß es, wesentlich auch, ohne sie ginge?

RFM IV &
77r[3] Zuvörderst drückt die Annahme dieser Begriffe die *sichere* Erwartung gewisser Erfahrungen aus.

RFM IV &
77v[1] *Wir nehmen es z.B. nicht hin*, daß eine Multiplikation nicht jedesmal das gleiche Resultat ergibt.

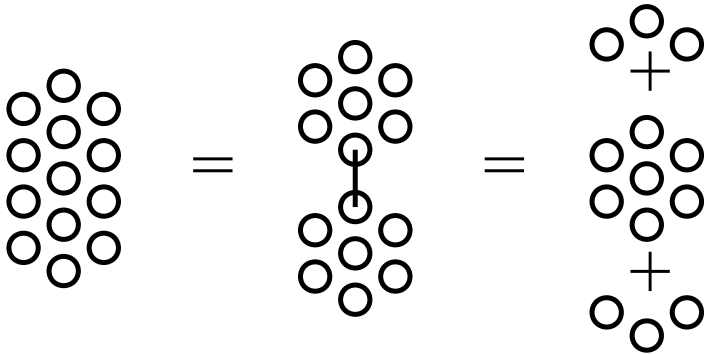
RFM IV &
77v[2] Und was wir mit Sicherheit erwarten, ist für unser ganzes Leben wesentlich.

RFM IV &
77v[3] &
78r[1]

Warum soll ich aber dann nicht sagen, daß die math. Sätze eben jene bestimmten Erwartungen, d.h. also Erfahrungen ausdrücken? Nur weil sie es eben nicht tun. Die Annahme eines Begriffes ist eine Maßregel die ich vielleicht nicht ergreifen würde, wenn ich nicht das Eintreten gewisser Tatsachen mit Bestimmtheit erwartete; aber darum ist die Festsetzung dieses Maßes nicht äquivalent mit dem Aussprechen der Erwartungen.

RFM IV &
78r[2] &
78v[1] &
79r[1]

Es ist schwer den Tatsachenkörper auf die richtige Fläche zu stellen: das Gegebene als gegeben zu betrachten. Es ist schwer den Körper anders aufzustellen als man gewohnt ist, ihn zu sehen. Ein Tisch in einer Rumpelkammer mag immer auf der Tischplatte liegen, aus Gründen der Raumersparnis, etwa So habe ich den Tatsachenkörper immer *so* aufgestellt gesehen, aus mancherlei Gründen; & nun soll ich etwas anderes als seinen Anfang & etwas anderes als sein Ende ansehen. Das ist schwer. Er will gleichsam nicht *so* stehen, es sei denn daß man ihn in dieser Lage durch andere Vorrichtungen unterstützt.



79r[2]

Was Einen von einem *synthetischen* Satz reden macht, ist die *neue* Form.